La fonction f est dérivable à gauche et à droite en -2, de nombre dérivés respectifs distincts (-4 et 4)
Le point $A(-2;0)$ est un point anguleux pour la courbe de f.

- $\lim_{x \to 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \lim_{x \to 2^-} \frac{-x^2+4}{x-2} = \lim_{x \to 2} [-(x+2)] = -4$
- $\lim_{x \to 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \lim_{x \to 2^+} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x \to 2} (x+2) = 4$

Le point $B(2;0)$ est un point anguleux pour la courbe de f, car la fonction f est dérivable à gauche et à droite en 2, de nombre dérivés respectifs distincts (-4 et 4)

→ Interprétation géométrique.

- Equations des demi-tangentes à la courbe de f en A.

- Demi-tangente à gauche de A:
$T_g : f(x) = f'(-2)[x-(-2)] + f(-2) \Leftrightarrow y = -4(x+2)+0$
$\Rightarrow (T_g) : y = -4x-8$ et $x \leq 2$.

- Demi-tangente à droite de A:
$T_d : f(x) = f'(-2)(x+2)+0 \Leftrightarrow y = 4(x+2)+0$
$\Rightarrow (T_d) : y = 4x+8$ et $x \geq 2$.

- Equations des demi-tangentes à la courbe de f en B

- Demi-tangente à gauche de B.
$T_g : f(x) = f'(2)(x-2) + f(2) \Leftrightarrow y = -4(x-2)+0$
$\Rightarrow (T_g) : y = -4x+8$ et $x \leq 2$.

- Demi-tangente à ~~gauche~~ droite de B.
$T_d : f(x) = f'(2)(x-2) + 0 \Leftrightarrow y = 4(x-2)+0$
$\Rightarrow (T_d) : y = 4x-8$ et $x \geq 2$.

→ Etude des variation de f.

L'ensemble de définition de f est $D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$

7

• Points particuliers.

- axe des abscisses → Résolvons l'équation $f(x)=0$

$\iff -2x^2+x+1=0$ tel $x_1=1$ et $x_2=-1/2$

soit $A_1(1;0)$ & $A_2(-1/2;0)$.

- axe des ordonnées : Calculons $f(0)$.

$f(0)=-2(0)^2+(0)+1=1 \Rightarrow B(0;1)$

2) Déduisons la Courbe (C_g).

$g(x)=-f(x) \Rightarrow$ On déduit la Courbe C_g de la Courbe C_f par la symétrie par rapport à l'axe des abscisse (car si $g(x)=-f(x)$ et $y=f(x)$, alors ; $g(x)=-y$). (Confère Courbe C_f)

3) Résolution graphique de $f(x)\geq 0$

Après avoir construit la courbe C_f représentative de la fonction f, il ya une partie de cette courbe qui est située au dessus de l'axe des abscisse ; c'est donc la partie de y positifs. Nous localisons cette partie et nous lisons ~~cette partie~~ les x correspondants

Nous avons $f(x)\geq 0 \iff x\in[-1/2;1]$

Exercice 3

1) Etude de la dérivabilité en 2 et en -2

• $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{f(x)-f(-2)}{x-(-2)}=\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x^2-4-0}{x+2}=\lim\limits_{x\to -2^-}(x-2)=-4$

or $f(-2)=f(2)=0$

• $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{f(x)-f(-2)}{x-(-2)}=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{-x^2+4-0}{x+2}=\lim\limits_{x\to -2^+}(-x+2)=4$

• f est continue et dérivable sur D_f comme somme de fonctions dérivables.

$\forall x \in D_f$, on a : $f'(x) = (-2x^2+x+1)' = -4x+1$.

• Signe de $f'(x) \longrightarrow f'(x) = 0 \iff -4x+1=0$
$\Longrightarrow x = 1/4$

• Tableau de signe de $f'(x)$.

x	$-\infty$		$1/4$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

• $\forall x \in]-\infty; 1/4]$; $f'(x) \geq 0$, donc f est croissante sur $]-\infty; 1/4]$

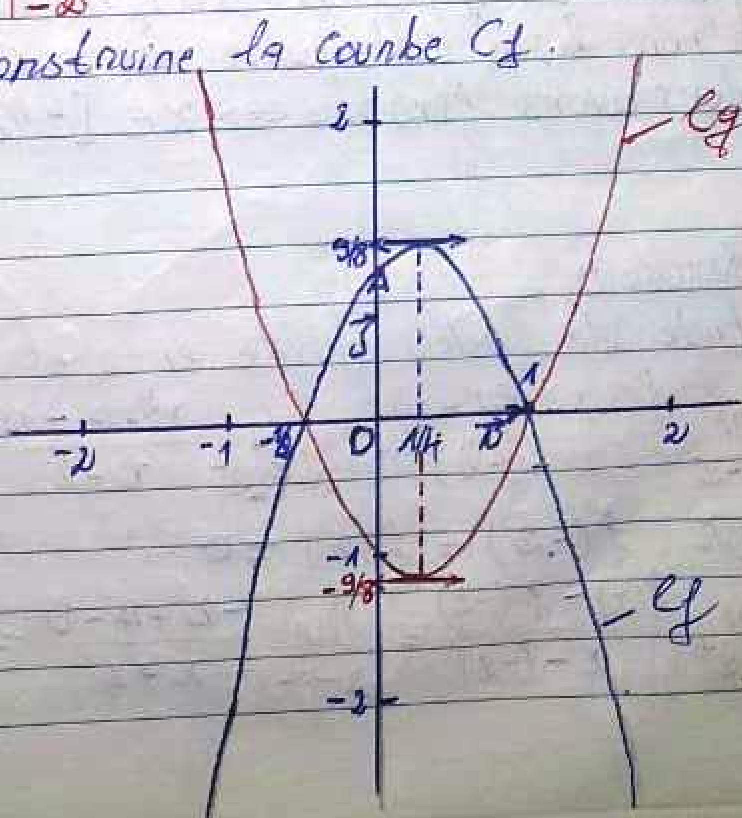
• $\forall x \in [1/4; +\infty[$; $f'(x) \leq 0$; donc f est décroissante sur $[1/4; +\infty[$.

• Tableau de variation.

x	$-\infty$		$1/4$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$9/8$	$\searrow$	$-\infty$

$\begin{cases} f'(1/4) = 0 \\ f(1/4) = 9/8 \end{cases}$

1-b) Construire la courbe C_f.



3) Résolution graphique de $f(x) = m$.

$$f(x) = m \iff \begin{cases} y = f(x) \\ y = m. \end{cases}$$

La droite d'équation $y = m$ est une droite parallèle à l'axe des abscisses. Nous allons faire varier m dans $\mathbb{R}$. c'est-à-dire de $-\infty$ à $+\infty$ et lire à chaque fois le nombre de points d'intersection de cette droite d'équation $y = m$ avec la courbe C_f.

$m \in]-\infty; 4[$; l'équation $f(x) = m$ n'a pas de solutions.

$m = -4$, on a une racine double positive. $x = 1$

$m \in]-4; -3[$; On a deux racines distinctes positives.

$m = -3$; On 2 racines dont l'une est nulle et l'autre positive.

$m \in]-3; +\infty[$; nous avons une racine posite et une racine négative.

4) Déduction de la courbe C_g.

$g(x) = f(x-1) + 2$. La courbe C_g se déduit de la courbe C_f par la translation t de vecteur $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ ou $\vec{u}(1; 2)$

Méthode :

Déplacer l'origine du repère O par la translation du t, de vecteur $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ (O') et reconstruire la même courbe (C_f) dans le nouveau repère d'origine O'

(Confère la courbe C_f)

Exercice 2

1-a) Étude de variations de f

$\forall x \in \mathbb{R}$, $D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$ (f est une fonction polynô)

f est continue sur D_f comme somme de fonctions continues.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (-2x^2) = -\infty \; ; \; \lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$$

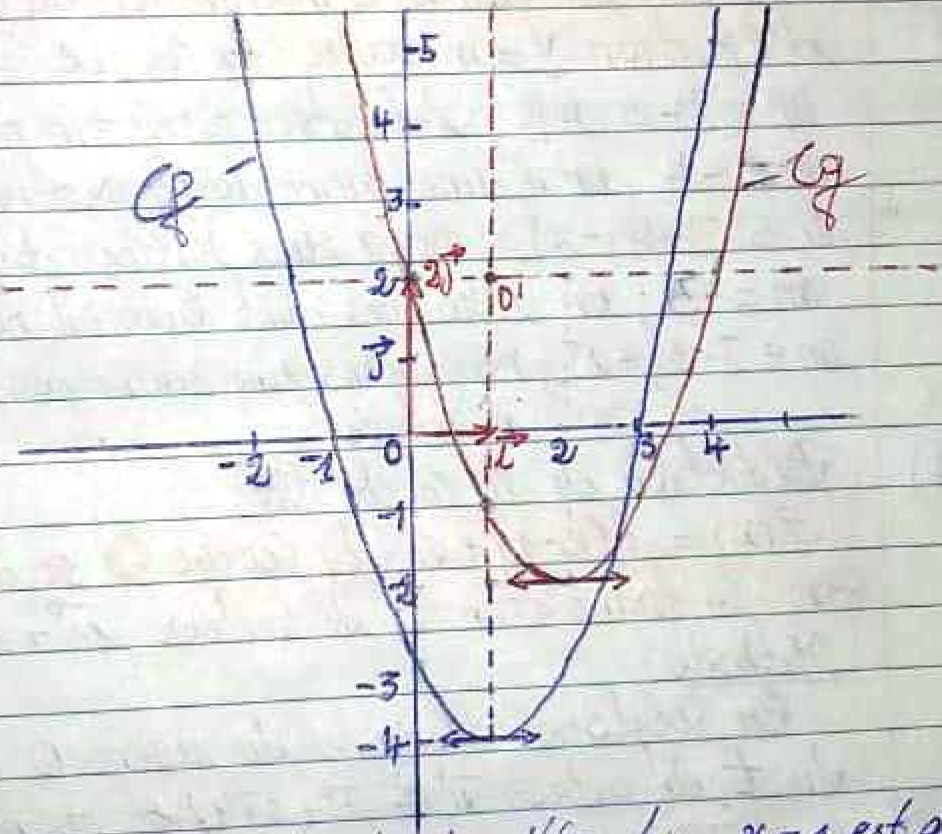
- axe des abscisses : résolvons l'équation $f(x) = 0$;

$\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$. On a : $f(x) = 0$

$\Longleftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-3) = 16 = (4)^2$

tcf $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$. Nous avons les points $A_1(-1;0)$ et $A_2(3;0)$



2). Montrons que la droite d'équation $x = 1$ est axe de symétrie.

$\rightarrow$ Il suffit de montrer que $\forall x \in D_f, -x \in D_f,$

$f(2a - x) = f(x)$ $((D) : x = a, a = 1)$

On a : $f(2(1) - x) = f(2 - x) = (2 - x)^2 - 2(2 - x) - 3$

$= 4 - 4x + x^2 - 4 + 2x - 3$

$= x^2 - 2x - 3$ $\longrightarrow f(2 - x) = f(x)$

D'où la droite d'équation $x = 1$ est axe de symétrie de la courbe C_f.

3

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^2 - 2x - 3 = \lim\limits_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (x^2) = +\infty$

- f est dérivable sur D_f car f est une fonction ~~dérivable~~ polynôme.

$\forall x \in D_f$, on a : $f'(x) = (x^2 - 2x - 3)' = 2x - 2$.

Signe de $f'(x)$

On a : $f'(x) = 0 \iff 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$.

tableau de signe de $f'(x)$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

- $\forall x \in]-\infty ; 1]$, $f'(x) \leq 0$, donc la fonction f est décroissante sur $]-\infty ; 1]$
- $\forall x \in [1 ; +\infty[$, $f'(x) \geq 0$, donc la fonction f est croissante sur $[1 ; +\infty[$.

- Tableau de variation de f

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(1) = -4 \end{cases}$

1-c) Construire la courbe (C_f)

- Points particuliers (les pts d'intersection de la courbe avec les axes de coordonnées)

- Axe des ordonnées : calculons $f(0)$, $\begin{cases} y = f(x) \\ x = 0 \end{cases}$

$f(0) = (0)^2 - 2(0) - 3 = -3 \Rightarrow$ on a $B\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

CEBER	Département de Mathématiques	
Corrigé de la fiche de TD		
Classe de 1ère C	Date:	
Enseignant	Mahop Mahop Hervé Roland	Whatsapp : 697-210-320 E-Mail : rzax45@yahoo.fr Tel : 691/176/451 - 675727940

I- Correction sur la pratique de l'étude des fonctions

Exercice 1

On donne pour tout réel x, $f(x) = x^2 - 2x - 3$

1-a) Etudions la parité de f.

Nous rappelons que f est paire si pour tout x élément de D_f et pour tout $(-x)$ également élément de D_f, on a : $f(x) = f(-x)$ ou $f(-x) = f(x)$.

De même f est impaire si $f(-x) = -f(x)$

alors, $f(x) = x^2 - 2x - 3$

$f(-x) = (-x)^2 - 2(-x) - 3$

$= x^2 + 2x - 3$

$= -(-x^2 - 2x + 3)$ (Cette expression n'est ni $f(x)$, ni $-f(x)$)

$-f(x) \neq f(x)$

Nous avons : $f(x) \neq f(-x)$ et $f(x) \neq -f(x)$

Donc f est une fonction qui n'est ni paire ni impaire.

1-b) Etude des variations de f

- $\forall x \in \mathbb{R}$, $D_f = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$ (f est une fonction polynôme).

f est continue sur D_f car f est une fonction polynôme

•

2/ G est le sous espace vectoriel de E défini par :

$$G = \{(x; y) \mid 2x - y = 0\}$$

Déterminer une base de G et en déduire la dimension de G

3) On pose $H = F \cap G$

a) Déterminer H

b) Déterminer éventuellement une base de H.

Exercice 2

E est espace vectoriel réel de dimension 3 défini par $E = \mathbb{R}^3 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. On considère l'ensemble F défini par :

$F = \{(x; y; z) \mid 2x - 3y - z = 0\}$

1-a)- Montrer que F est un sous espace vectoriel réel de E.

1-b)- Déterminer une base de F et en déduire sa dimension.

2/ G est le sous espace vectoriel de E défini par : $G = \{(x; y; z) \mid x - 2y + z = 0\}$. Déterminer une base de G et en déduire la dimension de G.

3/ H est le sous espace vectoriel de E définie par : $H = F \cap G$

a) Déterminer H. puis donner une base de la dimension de H.

4/ K est le s.e.v de E défini par : $K = \{(x; y; z) \mid x - y = 0 \text{ et } y - z = 0\}$

a)- Déterminer une base et la dimension de K.

b)- H_1 et H_2 sont deux s.e.v réels de E définis par :

$$H_1 = F_1 \cap K \quad \text{et} \quad H_2 = G \cap K$$

Déterminer H_1 et H_2. Donner éventuellement une base de chacun de ces sous espaces vectoriels.

5/ L'ensemble $H_3 = F \cup G$ est-il un sous espace vectoriel de E ? Justifier votre réponse.

CEBER	Département de Mathématiques	
Travaux Dirigés (fiche)		
Classe de $1^{ère}$ C	Date : 02/04/2020	
Enseignant	Mahop Mahop Hervé Roland	Whatsapp : 697-210-320 E-Mail : rzaxx45@yahoo.fr Tel : 691.176.451/675.727.940

Travaux Dirigés

I- Pratique de l'étude des fonctions

Exercice 1

f est une fonction numérique d'une variable réelle définie par : $f(x) = x^2 - 2x - 3$

(C_f) est la courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1-a) Etudier la parité de f.

1-b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.

1.c) Construire avec soin la courbe C_f.

2/ Montrer que la droite d'équation $x = 1$ est axe de symétrie de la courbe C_f

3/ Soit m un paramètre réel. Déterminer graphiquement l'existence et le signe des solutions de l'équation $f(x) = m$

4) g est la fonction définie par : $g(x) = f(x-1) + 2$

Déduire dans le même repère la courbe C_g et la courbe C_f.

Exercice 4

m est un paramètre réel et f_m la fonction numérique d'une variable réelle définie par : $f_m(x) = mx^2 + (1-m)x - 2m$

On appelle $(\mathcal{C}_m)$ la courbe représentative de f_m dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

1/ Démontrer que lorsque m varie, les courbes $(\mathcal{C}_m)$ passent par deux points fixes A et B dont on donnera les coordonnées.

2/ On appelle S_m les sommets des courbes $(\mathcal{C}_m)$. Déterminer les coordonnées de S_m

3/ On pose $m = 1$

a - Montrer que la fonction $f = f_1$ est une fonction paire

b - Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations

c - Construire la courbe $\mathcal{C} = C_1$ dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$

4/ En déduire la résolution graphique du système suivant :

$$\begin{cases} y - x^2 + 2 = 0 \\ 2x - 3y + 4 = 0. \end{cases}$$

Exercice 5

f est la fonction numérique d'une variable réelle définie par :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$$

(C) est sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}; \vec{j})$

1/ Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations

2/ On appelle I le point d'inflexion de (C). Déterminer les coordonnées de I et écrire une équation de la tangente à (C) au point I.

3/ Construire avec soin la courbe (C)

4/ Montrer que I est le centre de symétrie de $(\mathcal{C})$

5) g est la fonction définie par $g(x) = f(-x)$. Déduire de la courbe (C) la courbe (C') représentative de la

$(1;2) = 1(2;1) + 1(-1;1) + 0(-3;1)$

Cls°: $(1;2)$ est une combinaison linéaire des vecteurs $(2;1)$; $(-1;1)$; $(-3;1)$ affectés des coefficients 1, 1 et 0. Écrire 2 autres combinaisons linéaires des vecteurs $(2;1)$; $(-1;1)$ et $(-3;1)$; toutes égales à $(1;2)$ (pour les valeurs $\gamma = 1$ et $\gamma = 2$.)

(Devoirs ; 2.a ; 2.b p 441)

II.2 - Vecteurs linéairement dépendants, vecteurs linéairement indépendants.

II.2.2 - Vecteurs linéairement dépendant

Activité : Soient $a = (2;-1)$ et $b = (-6;3)$ deux éléments de $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$. Montrer qu'il existe 2 réels α et β non tous nuls ($\alpha \neq 0$ et $\beta \neq 0$) tels que $\alpha a + \beta b = (0;0)$

Solution : On a : $\alpha a + \beta b = (0;0) \Leftrightarrow \alpha(2;-1) + \beta(-6;3) = (0;0)$

$(2\alpha; -\alpha) + (-6\beta; 3\beta) = (0;0) \rightarrow (2\alpha - 6\beta; -\alpha + 3\beta) = (0,0)$

on a le système : $\begin{cases} 2\alpha - 6\beta = 0 \\ -\alpha + 3\beta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(\alpha - 3\beta) = 0 \\ -1(\alpha - 3\beta) = 0 \end{cases}$

Les deux équations sont équivalentes, donc le système admet une infinité de solutions toutes de la forme : $S = \{(3\beta; \beta), \beta \in \mathbb{R}\}$

(Car dans le système on a : $\begin{cases} 2(\alpha - 3\beta) = 0 \\ -1(\alpha - 3\beta) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha - 3\beta = 0 \\ \alpha - 3\beta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 3\beta \\ \alpha = 3\beta \end{cases}$
β étant pris comme paramètre)

- Donc pour $\beta = 1$, on a $(3;1)$ qui est une solution de ce système.

$3(2;-1) + 1(-6;3) = (6;-3) + (-6;3) = (6-6; -3+3) = (0;0)$

C.Q.D.

Définition - Propriété: E désigne un e.v sur $\mathbb{R}$. Soient $\vec{u_1}, \vec{u_2}; \vec{u_3}, \dots, \vec{u_n}$, n vecteurs de E, et $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$, n réels. Le vecteur $\lambda_1\vec{u_1} + \lambda_2\vec{u_2} + \lambda_3\vec{u_3} + \dots + \lambda_n\vec{u_n}$ est appelé **combinaison linéaire** des vecteurs $\vec{u_1}, \vec{u_2}; \vec{u_3}, \dots, \vec{u_n}$ affectés respectivement des coefficients réels $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$.

Exemple: Soit $E = \{(2;1); (-1;1); (-3;1)\}$ un s.e.v de $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$. Peut-on exprimer $(1;2)$ comme combinaison linéaire des éléments de E ?

Solution: Cherchons les éventuels réels α, β et γ tels que :

$\alpha(2;1) + \beta(-1;1) + \gamma(-3;1) = (1;2)$ on a :

$(2\alpha;\alpha) + (-\beta;\beta) + (-3\gamma;\gamma) = (1;2)$

$\Rightarrow (2\alpha - \beta - 3\gamma; \alpha + \beta + \gamma) = (1;2)$ d'où le système :

$\begin{cases} 2\alpha - \beta - 3\gamma = 1 \\ \alpha + \beta + \gamma = 2 \end{cases}$, nous somme en face d'un système de 2 équations à 3 inconnues, ainsi nous allons prendre un inconnue comme paramètre. (γ)

$\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha - \beta = 1 + 3\gamma \\ \alpha + \beta = 2 - \gamma \end{cases}$ on a : $D = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2-(-1) = 3$ $\quad \underline{D = 3}$

$D_\alpha = \begin{vmatrix} 1+3\gamma & -1 \\ 2-\gamma & 1 \end{vmatrix} = 1 + 3\gamma - (-2+\gamma) = 3 + 2\gamma$; $D_\alpha = 3 + 2\gamma \Rightarrow \alpha = \dfrac{3+2\gamma}{3}$

$D_\beta = \begin{vmatrix} 2 & 1+3\gamma \\ 1 & 2-\gamma \end{vmatrix} = 4 - 2\gamma - 1 - 3\gamma = 3 - 5\gamma$; $D_\beta = 3 - 5\gamma \Rightarrow \beta = \dfrac{3-5\gamma}{3}$

d'où $(\alpha;\beta;\gamma) = \left(\dfrac{3+2\gamma}{3}; \dfrac{3-5\gamma}{3}; \gamma\right)$ $\gamma \in \mathbb{R}$, pour $\gamma = 0$

on a : $(\alpha;\beta;0) = (1;1;0)$ $\longrightarrow$

$= (-2+10\,;\ 6+(-4))$

$= (8\,;\ 2)$

b- Déterminer deux réel α et β tels que : $(2;-3) = \alpha(1;2)+\beta(-2;5)$

$\Rightarrow (2;-3) = \alpha(1;2)+\beta(-2;5) = (\alpha; 2\alpha)+(-2\beta;5\beta)$

$(2;3) = (\alpha - 2\beta\,;\ 2\alpha+5\beta)$

Ce qui entraine le système suivant : $\begin{cases} \alpha - 2\beta = 2 \\ 2\alpha + 5\beta = 3. \end{cases}$

Utilisons la méthode du déterminant pour déterminer les réels α et β.

$D = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 5-(-4) = 9$; $\underline{D=9}$; $D_\alpha = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 10-(-6) = 16$; $\underline{D_\alpha = 16}$

$D_\beta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3-4 = -1$; $\underline{D_\beta = -1}$

On a : $\alpha = \frac{D_\alpha}{D} = \frac{16}{9} \Longleftrightarrow \boxed{\alpha = \frac{16}{9}}$; $\beta = \frac{D_\beta}{D} = -\frac{1}{9}$; $\boxed{\beta = -\frac{1}{9}}$

c- Soit $(x;y)$ un élément de $\mathbb{R}^2$, déterminer les réels a et b en fonction de x et y tels que : $(x;y) = a(-2,-3)+b(4;1)$

$\rightarrow (x;y) = (-2a;-3a)+(4b,b) = (-2a+4b;-3a+b)$

On a ; $(x;y) = (-2a+4b;-3a+b)$ d'où le système :

$\begin{cases} x = -2a+4b \\ y = -3a+b \end{cases}$ soit : $\begin{cases} -2a+4b = x. \\ -3a+b = y. \end{cases}$ $\Longrightarrow$ tcf

D'après la méthode du déterminant on obtient :

$a = \frac{x-4y}{10}$ et $b = \frac{3x-2y}{10}$

3/ Soit $F = \{(x;y)$ tel que $2x-3y=0\}$. Mq tout élément $(a;b)$ de F peut s'écrire $(a;b) = \alpha(3;2)$ où α est un réel à déterminer

$\rightarrow$ On a $(a;b) \in F \Leftrightarrow 2a-3b=0 \Rightarrow 3b = 2a \Rightarrow b = \frac{2}{3}a$

$\Rightarrow (a;b) = (a; \frac{2}{3}a)$ (a est pris comme paramètre)

$(a;b) = (\times 3)(a; \frac{2}{3}a) = (3a; 2a) = a(3;2)$

Posons $\alpha = a$ d'où $(a;b) = a(3;2) = \alpha(3;2)$

d'où $F = \{\alpha(3;2) ; \alpha \in \mathbb{R}\}$

4/ Définitions - Propriétés

- Soient E un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$ et F un sous-ens de E. $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \dots, \vec{u}_n\}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$ est une partie génératrice de F, si et seulement si tout vecteur de F peut s'écrire comme combinaison linéaire de $\vec{u}_1; \vec{u}_2; \vec{u}_3; \dots, \vec{u}_n$.
  On dit aussi que F est engendré par les vecteurs $\vec{u}_1; \vec{u}_2; \vec{u}_3; \dots, \vec{u}_n$.
- L'ens de toutes les combinaisons linéaires d'un système de vecteurs d'un espace vectoriel E sur $\mathbb{R}$ est un s.e.v de E.

Exemples : 1/ $\mathbb{R}^3$ est un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$.

Soit $A = \{(x;y;z)$ tel que $(x;y;z) \in \mathbb{R}^3$ et $2x-3y+z=0\}$

Mq A est un ens de comb. linéaires d'un système de vecteurs à déterminer.

$\rightarrow \forall (x;y,z) \in A \Leftrightarrow 2x-3y+z=0$, c'est-à-dire, $z = -2x+3y$

soit : $(x;y;z) = (x;y;-2x+3y) = (x;0;-2x) + (0;y;3y)$

(car $(x;0;-2x)+(0;y;3y) = (x+0; 0+y; -2x+3y) = (x;y;-2x+3y)$

$(x;0;-2x)+(0;y;3y) = x(1;0;-2) + y(0;1;3)$

Posons $a = (1;0;-2)$ et $b = (0;1;3)$

- Le déterminant de $(\vec{u}; \vec{v})$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$ est le réel $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix}$ et on écrit $\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix}$

- $(\vec{u}; \vec{v})$ est une base de E si et seulement si $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} \neq 0$

- $(\vec{u}; \vec{v})$ est lié si et seulement si $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = 0$.

Exemple : Soit E un espace vectoriel de dimension 2, rapporté à une base $(\vec{i}, \vec{j})$. $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ et $\vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j}$

$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 - (-3) = 7$; $\det(\vec{u}, \vec{v}) \neq 0$, donc $(\vec{u}; \vec{v})$ est un système libre.

$(\vec{u}, \vec{v})$ est un système libre de deux vecteurs dans un espace vectoriel de dimension 2. $(\vec{u}, \vec{v})$ est donc une base de E.

→ Déterminons les coordonnées des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$.

~~Cherchons 2 réels x et y tels que~~ On considère le système :

$\begin{cases} 2\vec{i} + 3\vec{j} = \vec{u} \\ -\vec{i} + 2\vec{j} = \vec{v} \end{cases}$; $D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 7$; $\Rightarrow D = 7$

$D_{\vec{i}} = \begin{vmatrix} \vec{u} & 3 \\ \vec{v} & 2 \end{vmatrix} = 2\vec{u} - 3\vec{v} \Rightarrow \vec{i} = \dfrac{2\vec{u} - 3\vec{v}}{7} = \dfrac{2}{7}\vec{u} - \dfrac{3}{7}\vec{v}$

$D_{\vec{j}} = \begin{vmatrix} 2 & \vec{u} \\ -1 & \vec{v} \end{vmatrix} = 2\vec{v} + \vec{u} \Rightarrow \vec{j} = \dfrac{\vec{u} + 2\vec{v}}{7} = \dfrac{1}{7}\vec{u} + \dfrac{2}{7}\vec{v}$

d'où $\vec{i} = \dfrac{2}{7}\vec{u} + \left(-\dfrac{3}{7}\right)\vec{v}$ et $\vec{j} = \dfrac{1}{7}\vec{u} + \dfrac{2}{7}\vec{v}$

→ Déduisons les coordonnées du vecteur $\vec{w} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$

CEBER	Département de Mathématiques	
Cours Numériques de Mathématiques		
Classe de 1ère C	Date : 02/04/2020	
Enseignant	Mahop Mahop Hervé Roland	E-Mail : rzax45@yahoo.fr Whatsapp : 697-210-320 Tél : 691-176-451 / 675-727-940

Module 23 ; Chap 11 : Espace vectoriel sur $\mathbb{R}$.

Leçon 2 : Parties liées, parties génératrices, Bases et Dimension.

Compétences visées : - Reconnaître une partie génératrice d'un sous-espace vectoriel (s.e.v)

- Reconnaître une base d'un espace-vectoriel (e.v), déterminer une base d'un espace-vectoriel.
- Déterminer la dimension d'un espace-vectoriel.

II. 2 - Vecteurs linéairement dépendants, vecteurs linéairement indépendants, et combinaisons linéaires.

II. 2. 1 - Combinaisons linéaires

Activité : $\mathbb{R}^2$ est un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$.

1 - Recopier et compléter :

$2(-1;3) + (-2)(-5;2) = (\cdots;\cdots) + (\cdots;\cdots) = (\cdots;\cdots)$.

$\Longrightarrow 2(-1;3) + (-2)(-5;2) = (2\times(-1); 2\times 3) + (-2\times(-5); -2\times 2) =$

$= (-2;6) + (10;-4)$

II.4 - Base d'un espace vectoriel, coordonnées d'un vecteur dans une base.

Soit E un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$.

- Une base de E est tout système libre et générateur de E.

Autrement dit, on dit qu'une famille $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \dots, \vec{V_n}$ est une base de l'e.v E si les n vecteurs $\vec{V_1}; \vec{V_2}; \dots, \vec{V_n}$ engendre E et sont linéairement indépendants.

- Condition nécessaire et suffisante

pour que n vecteurs $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \dots, \vec{V_n}$ de l'e.v E forment une base de E, il est nécessaire et suffisant que tout vecteur de E s'écrivent de manière unique comme combinaison linéaire de ces vecteurs $(\vec{V_1}; \vec{V_2}; \dots, \vec{V_n})$ est une base de E.

$\rightarrow$ Il existe un unique $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ tel que :

$$\vec{V} = \alpha_1 \vec{V_1} + \alpha_2 \vec{V_2} + \dots + \alpha_n \vec{V_n}$$

Exemple : $(\vec{V_1}; \vec{V_2}; \dots, \vec{V_3})$ est une base de $\mathbb{R}^3 \Rightarrow \exists! (\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3) \in \mathbb{R}^3 \,/\, \vec{V} = \alpha_1 \vec{V_1} + \alpha_2 \vec{V_2} + \alpha_3 \vec{V_3}$.

Remarques : • Toutes les bases de E ont le même nombres d'éléments. Ce nombre est la dimension de E.

- Base canonique : Dans un e.v $\mathbb{R}^n$ on définit dans l'ordre les

$\vec{e_1}(1; 0; 0; \dots, 0; 0)$; $\vec{e_2}(0; 1; 0; 0; \dots, 0; 0)$; $\vec{e_3}(0; 0; 1; 0; \dots, 0; 0)$ …… $\vec{e_n}(0; 0; 0; \dots; 0; 1)$

$(\vec{e_1}; \vec{e_2}; \vec{e_3}; \dots, \vec{e_n})$ est une base canonique.

Définition : Soit E un s.e.v sur $\mathbb{R}$ et soit $\vec{V_1}; \vec{V_2}; \vec{V_3}, \dots, \vec{V_n}$, n vecteurs de E.

n vecteurs $\vec{V_1}; \vec{V_2}, \vec{V_3}, \dots, \vec{V_n}$ sont linéairement indépendants s'ils ne sont pas linéairement dépendants, c'est-à-dire s'il n'y a pas liaison linéaire entre eux à scalaire tous non nuls,

Autrement dit, la seule liaison linéaire est la liaison évidente à scalaire tous nuls. On dit aussi que ces n vecteurs (forment une famille libre)

soit : $\lambda_1\vec{V_1} + \lambda_2\vec{V_2} + \lambda_3\vec{V_3} + \dots + \lambda_n\vec{V_n} = 0$, alors $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \dots\dots = \lambda_n = 0$

Exemple : D'après notre activité, puisque $D \neq 0$; ~~(0;0~~ le couple $(0;0)$ est la seule solution du système $\begin{cases} 2\alpha + 5\beta = 0 \\ 3\alpha + 2\beta = 0 \end{cases}$ soit :

$\alpha(2;3) + \beta(5;2) = (0;0) \rightarrow 0(2;3) + 0(5;2) = (0;0)$

$\alpha = 0$ et $\beta = 0$.

Conclusion : $(2;3)$ et $(5;2)$ sont donc linéairement indépendants.

(Devoirs ; 2c ; 2d p 443)

II. 3 - Partie génératrice

Activité : 1/ Montrer que tout couple $(a;b)$ de $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ peut s'écrire comme combinaison linéaire des vecteurs $(-2;3)$ et $(1;2)$

$\longrightarrow$ Posons : $\vec{V_1} = (-2;3)$ et $\vec{V_2} = (1;2) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$ et soit $(x;y)$ un élément de $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$. Mq $\forall$ couple $(a;b)$ de $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ peut s'écrire comme combinaison linéaire des vecteurs $\vec{V_1} = (-2;3)$ et $\vec{V_2} = (1;2)$

Cherchons α et β tel que : $\alpha\vec{V_1} + \beta\vec{V_2} = (a;b) \Leftrightarrow \alpha\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

i.e $\begin{cases} -2\alpha + \beta = a \\ 3\alpha + 2\beta = b \end{cases}$ on a : $\begin{cases} (\times 3)\ -6\alpha + 3\beta = 3a \\ (\times 2)\ \ 6\alpha + 4\beta = 2b \end{cases}$ $\overline{7\beta = 3a + 2b}$ $\Rightarrow \boxed{\beta = \frac{1}{7}(3a + 2b)}$

D'après la question précédente, $\vec{w} = 3\left[\frac{2}{7}\vec{u} + \left(-\frac{3}{7}\right)\vec{v}\right] + 2\left(\frac{1}{7}\vec{u} + \frac{2}{7}\vec{v}\right)$

$$= \frac{6}{7}\vec{u} + \left(-\frac{9}{7}\right)\vec{v} + \frac{2}{7}\vec{u} + \frac{4}{7}\vec{v}$$

$$= \frac{6}{7}\vec{u} + \frac{2}{7}\vec{u} + \left(-\frac{9}{7}\right)\vec{v} + \frac{4}{7}\vec{v}$$

$$= \frac{8}{7}\vec{u} + \left(-\frac{5}{7}\right)\vec{v}$$

Donc, $\vec{w}$ a pour coordonnées $\left(\frac{8}{7} ; -\frac{5}{7}\right)$ dans la base $(\vec{u} ; \vec{v})$

FIN DU CHAPITRE

Exemple : Dans $\mathbb{R}^2$, la base canonique. $B = (\vec{e_1}; \vec{e_2})$

$\vec{e_1}(1;0)$, $\vec{e_2}(0;1)$.

- Dans $\mathbb{R}^3$, la base canonique : $B = (\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$

$\vec{e_1}(1;0;0)$; $\vec{e_2}(0;1;0)$; $\vec{e_3}(0;0;1)$

- Dans $\mathbb{R}^4$ la base canonique : $B = (\vec{e_1}, \vec{e_2}; \vec{e_3}; \vec{e_4})$

$\vec{e_1}(1;0;0;0)$; $\vec{e_2}(0;1;0;0)$; $\vec{e_3}(0;0;1;0)$; $\vec{e_4}(0;0;0;1)$.

Propriété fondamentale : Tous vecteurs de e.v. $\mathbb{R}^n$ s'écrit d'une façon unique comme combinaison linéaire des vecteurs de la base canonique.

- **Dimension d'un espace vectoriel**

On dit qu'un e.v. E sur un corps K. ($K = \mathbb{R}$) est de dimension unique lorsqu'il $\exists$ un nombre fini de générateur de E.

En d'autre terme on appelle dimension d'un e.v E le nombre de vecteurs de base de E. Notation : $\dim E = n$.

N.B : • $\{\vec{0_E}\}$ est un s.e.v de E. Il n'a pas de base. par convention la dimension de $\{\vec{0_E}\}$ est 0.

- Un e.v. de dimension 1 ($\dim E = 1$) est appelé droite vectorielle
- un e.v. de dimension 2 ($\dim E = 2$) est appelé plan vectoriel.

II.5. Déterminant d'un vecteur relativement à une Base.

Définition - propriété : Soit E un espace vectoriel de dimension 2 rapporté à une base $(\vec{i}; \vec{j})$ soient $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$ et $\vec{v} = a'\vec{i} + b'\vec{j}$

Conclusion : A est l'ensemble de toutes les combinaisons linéaires des vecteurs a et b ($A = \{xa + yb, x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}\}$). A est donc un sous-espace-vectoriel de $\mathbb{R}^3$.

2/- On considère l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ sur $\mathbb{R}$.

$F = \{(x; y, z) \text{ tel que } (x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \text{ et } 2x - y + z = 0\}$

$G = \{(x; y; z) \text{ tel que } (x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \text{ et } -x + 2y + 2z = 0\}$.

a)- Montrer que F et G sont des s.e.v de $\mathbb{R}^3$. On donnera une famille génératrice et libre de chacun de ces s.e.v.

b). Déterminer $F \cap G$. Donner si possible une base de cet espace vectoriel.

Solution : A) $(x; y; z) \in F$ ssi $2x - y + z = 0$; on a les égalités successives : $2x - y + z = 0$; $y = 2x + z$;

$(x; y; z) = (x; 2x + z; z) = (x; 2x; 0) + (0; z; z)$

$= x(1; 2; 0) + z(0; 1; 1)$

Posons $a = (1; 2; 0)$; $b = (0; 1; 1)$. $F = \{xa + zb; x, z \in \mathbb{R}\}$

F est l'ens des comb. lin. de a et b. F est le s.e.v engendré par $(a; b)$. $(a; b)$ est déjà générateur dans F.

- Montrons que $(a; b)$ est libre.

Soient α et β deux réels tels que $\alpha a + \beta b = (0; 0; 0)$

On a : $\alpha a + \beta b = (0; 0; 0) \Leftrightarrow \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ 2\alpha + \beta = 0 \\ \beta = 0 \end{cases}$; On a donc $\alpha = \beta = 0$

$(a; b)$ est donc une famille libre de $\mathbb{R}^3$.

$$\begin{array}{l} (\times 2) \\ \times(-1) \end{array}\left\{\begin{array}{l} -4\alpha + 2\beta = 2a \\ -3\alpha - 2\beta = -b \\ \hline -7\alpha = 2a - b \end{array}\right. \Rightarrow \boxed{\alpha = -\frac{1}{7}(2a-b)}$$

On a donc : $(a;b) = -\frac{1}{7}(2a-b)\vec{V_1} + \frac{1}{7}(3a+2b)\vec{V_2}$

$$(a;b) = -\frac{1}{7}(2a-b)(-2;3) + \frac{1}{7}(3a+2b)(1;2)$$

D'où tout couple $(a;b)$ de $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ peut s'écrire comme combinaison linéaire des vecteurs $(-2;3)$ et $(1;2)$

2/ Montrer que tout couple $(a;b)$ de $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ peut s'écrire comme comb. linéaire des vecteurs $(-1;2)$; $(-3;1)$ et $(2;1)$

$\longrightarrow$ Soient $\alpha;\beta;\gamma \in \mathbb{R}$ / $\alpha(-1;2) + \beta(-3;1) + \gamma(2;1) = (a;b)$

$$\Longleftrightarrow \begin{pmatrix} -\alpha \\ 2\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3\beta \\ \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\gamma \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} -\alpha - 3\beta + 2\gamma = a \\ 2\alpha + \beta + \gamma = b \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} -\alpha - 3\beta = a - 2\gamma \\ 2\alpha + \beta = b - \gamma \end{array}\right. \Rightarrow D = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{array}{l} = 1-(-6) \\ = 7 \end{array} \Rightarrow \underline{D = 7}$$

$$D_\alpha = \begin{vmatrix} a-2\gamma & -3 \\ b-\gamma & 1 \end{vmatrix} \begin{array}{l} = a - 2\gamma - (-3b+3\gamma) \\ = a + 3b - 5\gamma \end{array} \Rightarrow \alpha = \frac{a+3b-5\gamma}{-7}$$

$$D_\beta = \begin{vmatrix} -1 & a-2\gamma \\ 2 & b-\gamma \end{vmatrix} \begin{array}{l} = -b+\gamma-(2a-4\gamma) \\ = -2a-b+5\gamma \end{array} \Rightarrow \beta = \frac{-2a-b+5\gamma}{7}$$

Ce système admet une infinité de solution données par la forme :
$\left(\frac{a+3b-5\gamma}{7} ; \frac{-2a-b+5\gamma}{7} ; \gamma\right), \gamma \in \mathbb{R}$.

Donc $\forall (a;b)$ de $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ est une combinaison linéaire de $(-1;2)$; $(-3;1)$ et $(2;1)$

Définition. Soit un $\mathbb{V}$ e.v sur $\mathbb{R}$ et soit $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}, \dots, \vec{V_n}$, n Vecteurs de E.

Les n Vecteurs $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}, \dots, \vec{V_n}$ sont linéairement dépendants s'ils existent n ~~Vecteurs~~ scalaires $\alpha_1; \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ qui ne sont pas tous nuls tel que : $\alpha_1\vec{V_1} + \alpha_2\vec{V_2} + \alpha_3\vec{V_3} + \dots + \alpha_n\vec{V_n} = 0$.

Ces vecteurs sont liés entre eux linéairement et on dit qu'ils forment une famille liée.

Exemple : D'après notre activité, on a :

$3(2;-1) + 1(-6;3) = (0;0)$, ce qui prouve que les Vecteurs $(2;-1)$ et $(-6;3)$ sont linéairement dépendants ou que $\{(2;-1);(-6;3)\}$ est une famille liée de $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

II. 2.3 - Vecteurs linéairement indépendants

Activité : Soient $a = (2;3)$ et $b = (5;2)$ deux éléments de $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$. Montrer que si α et β sont deux réels tels que $\alpha a + \beta b = (0;0)$, alors $\alpha = 0$ et $\beta = 0$.

Solution : $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $(a;b) \in \mathbb{R}^2$, $\alpha a + \beta b = (0;0)$

$\Longleftrightarrow \alpha(2;3) + \beta(5;2) = (0;0) \Longleftrightarrow (2\alpha;3\alpha) + (5\beta;2\beta) = (0;0)$

$\Longleftrightarrow (2\alpha + 5\beta; 3\alpha + 2\beta) = (0;0)$ d'où le système :

$\begin{cases} 2\alpha + 5\beta = 0 \\ 3\alpha + 2\beta = 0 \end{cases}$ soit le déterminant de ce système. $D = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 15 = -11$

$D = -11$

$D_\alpha = \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$; $D_\beta = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \beta = 0$

Donc, $S = \{(0;0)\}$ est la seule solution.

$\longrightarrow (x;y;z) \in G$ ssi $-x+2y+2z=0$ On a :

$-x+2y+2z=0$; $x=2y+2z$.

$$(x;y;z) = (2y+2z;y;z) = (2y;y;0)+(2z;0;z)$$
$$= y(2;1;0)+z(2;0;1)$$

posons $a=(2;1;0)$ et $b=(2;0;1)$. $G=\{ya+zb;\ y,z\in\mathbb{R}\}$

G est l'ens des comb. lin. de a et b. G est un s.e.v engendré par $(a;b)$. $(a;b)$ étant générateur dans G

- Montrons que $(a;b)$ est libre.

Soient α et β deux réels tels que $\alpha a+\beta b=(0;0;0)$

$$\Longrightarrow \alpha a+\beta b=(0;0;0) \Leftrightarrow \alpha\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases}2\alpha+2\beta=0\\ \alpha=0\\ \beta=0\end{cases}$$; on a donc $\alpha=\beta=0$

Donc $(a;b)$ est une famille libre de $\mathbb{R}^3$.

b) L'intersection de F et de G est encore un s.e.v de $\mathbb{R}^3$.

$\forall (x;y;z) \in F$ et à G ssi $2x-y+z=0$ et $-x+2y+2z=0$

On a : $z=-2x+y$ et $-2z=-x+2y$. d'où le système :

$$(S):\begin{cases}-2x+y=z\\ -x+2y=-2z\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-y=-z\\ -x+2y=-2z\end{cases} ;\ D=\begin{vmatrix}2&-1\\-1&2\end{vmatrix}=3$$

$$D_x=\begin{vmatrix}-z&-1\\-2z&2\end{vmatrix}=-4z,\ x=\frac{-4z}{3};\ D_y=\begin{vmatrix}2&-z\\-1&-2z\end{vmatrix}=-5z;\ y=\frac{-5z}{3}$$

$(x;y;z)=\left(\frac{-4z}{3};\frac{-5z}{3};z\right)=z\left(\frac{-4}{3};\frac{-5}{3};1\right)$. $F\cap G$ est le s.e.v engendré par $\{\vec{u_0}\}$ avec $\vec{u_0}=\left(-\frac{4}{3};-\frac{5}{3};1\right)$ c'est une droite Vectorielle.

Exercice 5

1)- Étude des variations de f : $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$

- $\forall x \in \mathbb{R}$, $D_f = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$
- f est continue sur D_f comme somme de fonctions continues

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{3}x^3 = -\infty$.

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{3}x^3 = +\infty$.

- f est dérivable sur D_f comme somme de fonctions dérivables

$\forall x \in D_f$ on a ; $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x\right)' = x^2 - 2x - 3$.

Signe de $f'(x) \longrightarrow f'(x) = 0 \iff x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Delta = 4 - 4(1)(-3) = 16 \xrightarrow{tel} x_1 = -1$ et $x_2 = 3$.

d'où : $\forall x \in]-\infty ; -1] \cup [3, +\infty[$ $f'(x) \geq 0$, donc f est croissante sur $]-\infty, -1] \cup [3 ; +\infty[$.

$\forall x \in [-1 ; 3]$; $f'(x) \leq 0$, donc f est décroissante sur $[-1 ; 3]$.

. Tableau de variations de f

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$5/3$	$\searrow$	-9	$\nearrow$	$+\infty$

2)- Coordonnées du point I

Nous savons que I est ~~le~~ point d'inflexion. Une fonction f admet un point d'inflexion au point d'abscisse x_0 si la dérivée seconde s'annule en changeant de signe.