

INTERROGATION

- La section droite d'une poutre est soumise à une contrainte de compression ( $\sigma$ ) et une contrainte de cisaillement ( $\tau$ ). Par l'application du critère de Tresca-Guest, comment nous avons calculé  $\sigma_{eq}$  et déduit la condition de résistance :  $\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq R_p$

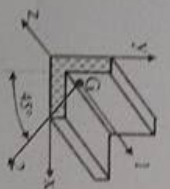
La section S est soumise à  $(\sigma, \tau)$ . d'après le cercle de Mohr:  $R_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$

d'après la condition de résistance de Tresca  $R_{max} \leq R_{eq}$  et on multiplie cette condition par 2, on a de suite:

$$R_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq R_p$$

(0,75)

- En sollicitation biaxiale ( $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont principales) Quelles sont les sollicitations les plus dangereuses ?  
  $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$       $\sigma_1 > 0$  et  $\sigma_2 < 0$       $\sigma_2 < \sigma_1 \leq 0$     (0,25)
- Une poutre 'cornière' de section en L, symétrique est soumise à un flambage (sous l'effet d'un effort de compression) et sachant que  $I_1 > I_2$ . Les axes centraux principaux d'inertie 1 et 2 appartiennent au plan XY (1,2). la poutre flambe dans la direction de l'axe :  
 x  
 y  
 z  
 1    (0,25)  
 2



- Est-ce que les directions principales de contraintes sont fonction du chargement ?  
 Oui    (0,25)     Non
- En flexion déviée: comment déterminer la nouvelle position de l'axe neutre ?

$$I_y \beta = \frac{Z}{Y} = \frac{H/2 \cdot I_{oy}}{H/4 \cdot I_{oz}} \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow Z = I_y \cdot Y \quad (\text{équation de l'axe NN'})$$

Expliquer le principe du soudage par friction malaxage. Un épaulement cylindrique tournant rapide sur les extrémités des surfaces de bûles à souder; l'application d'un effort de couple génère par frottement un cisaillement suffisant pour faire les extrémités des bûles à une température de forge. un pile finale à l'achèvement de l'épaulement, provoque instantanément la fusion et mélange la matière présente obtenue. (0,5)

- soudage sur toute la surface de friction
  - pas de metal d'apport
  - pas de coq de protection
  - pas de moyeu de chauffage
  - soudage en quelques secondes
  - soudage en phase solide (patinage)
  - excellent propriétés mécaniques
  - soudage possible entre 2 matériaux différents
  - entièrement possible du bordlet en phase patinage.
- (0,5)

EXERCICE 1 :

Soit une liaison par emmanchement forcé entre un arbre plein et un alésage.

**Caractéristiques de l'arbre :**  
 Arbre en acier :  $E_1 = 210 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$  ;  $\mu_1 = 0,31$  ;  
 $R_{e1} = 280 \text{ N/mm}^2$  ; diamètre emmanché  $d = 60 \text{ mm}$  ;  
 longueur emmanchée  $L = 30 \text{ mm}$ .     $\alpha_1 = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

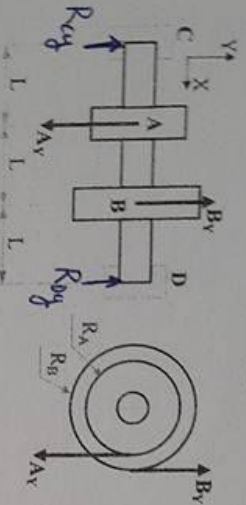
**Caractéristiques de l'Alésage :**  
 Alésage en bronze :  $E_2 = 92 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$  ;  $\mu_2 = 0,33$  ;  
 $R_{e2} = 200 \text{ N/mm}^2$  ; diamètre intérieur  $d = 60 \text{ mm}$  ;  
 diamètre extérieur  $D = 100 \text{ mm}$  ;  
 Dilatabilité linéique  $\alpha_2 = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .  
 Coefficient de frottement acier-bronze  $f = 0,25$ .

L'ajustement choisi est : 60 H7 h6 / 60 H7 (h6) ; 60 s6 (h6) / 60 s7 (h6)

- Donner les différents écarts : ES ; EI ; es ; ei
- Donner les expressions des serrages  $S_{max}$  et  $S_{min}$  en fonction des différents écarts
- Calculer la pression de serrage.
- Calculer la température de refroidissement de l'arbre pour permettre un montage libre ( $T_{serrage} = 20^\circ\text{C}$ ).
- A quelle position radiale, la contrainte résultante dans l'arbre est maximale ?
- Vérifier la résistance de l'arbre, après montage.
- A quelle position radiale la contrainte résultante dans l'alésage est maximale ?
- Vérifier la résistance de l'alésage, après montage.
- Déterminer le moment transmissible par l'assemblage en prenant un coefficient de réserve d'adhérence  $k = 2$
- On veut maintenant démonter l'assemblage par l'application d'un effort axial  $F_d$ , calculer la valeur nécessaire de cet effort.
- En plus des contraintes induites par le serrage 60H7/s6 l'effort axial d'extraction  $F_d$ , calculé précédemment provoque une contrainte supplémentaire. Vérifier de nouveau la résistance de l'arbre pendant l'application de cet effort

### EXERCICE 2 :

Un arbre de diamètre  $d = 20$  mm, transmet une puissance  $P = 3$  kW à une vitesse  $N = 954,93$  tr/min par l'intermédiaire d'un pignon A, de rayon primitif  $R_A = 30$  mm, à dentures droites et transmet la puissance qu'il reçoit à un engrenage B, de rayon primitif  $R_B = 50$  mm, aussi à dentures droites. L'arbre est monté sur deux paliers lisses C et D (pas d'emmanchement) ou les frottements sont négligés.  $L = 100$  mm



♣ Calculer le moment transmis (moment de torsion) :

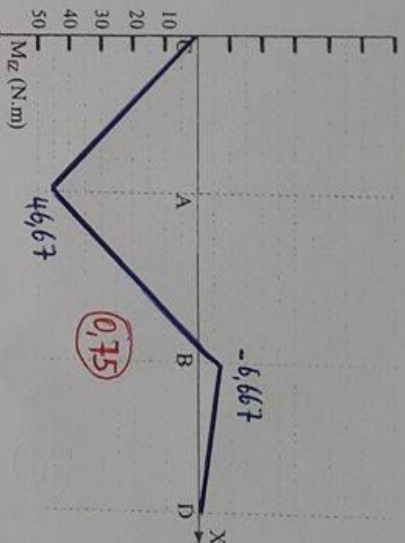
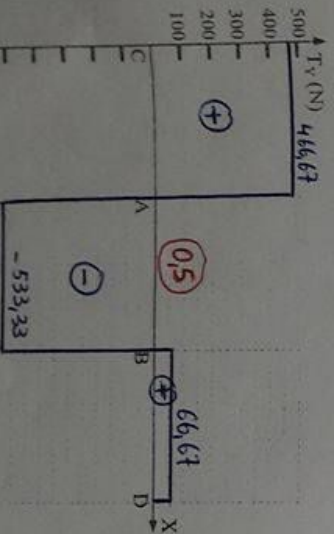
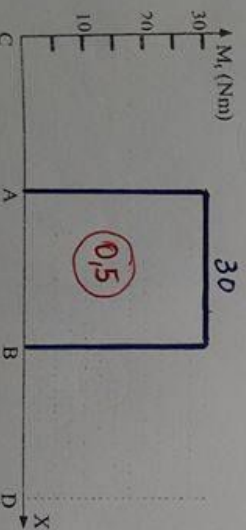
$$M_t = P / \omega = 30 \text{ P} / \pi N = 30 \text{ Nm}$$

$$A.N : M_t = 30 \text{ N.m}$$

♣ Calculer les réactions  $R_{Cy}$  et  $R_{Dy}$  des paliers C et D :

$$\begin{aligned} A_y = \frac{Ht}{R_A} = 1000 \text{ N} ; B_y = \frac{Ht}{R_B} = 600 \text{ N} \\ R_{Cy} + R_{Dy} - A_y + B_y = 0 \quad (1) \\ -A_y \cdot L + B_y (2L) + R_{Dy} (3L) = 0 \quad (2) \Rightarrow \\ A.N : R_{Cy} = 466,67 \text{ N et } R_{Dy} = -66,67 \text{ N} \end{aligned}$$

♣ Tracer les diagrammes des efforts internes :  $M_t$ ,  $T_y$  et  $M_z$



♣ Identifier la section dangereuse de l'arbre :

$$\text{Section A : } M_z(A) = 46,67 \text{ Nm.}$$

♣ Vérifier la résistance de l'arbre par l'application du critère de Tresca-Guest si :

$$R_p = 400 \text{ N/mm}^2, R_{pg} = 200 \text{ N/mm}^2, \sigma_D = 300 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= -\frac{M_z(A) \cdot \left(-\frac{d}{2}\right)}{I_{Gz} = \frac{\pi d^4}{64}} \\ \sigma_{\max} &= \frac{-46,67 \cdot \left(-\frac{20}{2}\right) \cdot 10^3}{\frac{\pi}{64} (20)^4} \\ &= 59,14 \text{ MPa.} \end{aligned}$$

$$\sigma_{\min} = -\sigma_{\max}$$

$$\tau = \frac{16 Ht}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 30 \cdot 10^3}{\pi (20)^3} = 19,09 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{\text{eq}} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 4 \tau^2} = 70,61 \text{ MPa}$$

$\sigma_{\text{eq}} \ll \sigma_D \Rightarrow$  l'arbre résiste en toute sécurité.

### Exercise 1:

$$ES = 30 \mu\text{m} \quad EI = 0 \quad e\Delta = 72 \quad e_i = 53 \quad (0,25)$$

$$S_{\max} = e\Delta - EI = 72 \mu\text{m} \quad ; \quad S_{\min} = e_i - ES = 53 - 30 = 23 \mu\text{m} \quad (0,25)$$

$$P = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{d \left( \frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right)} \quad \text{avec: } C_1 = \frac{d^2 + d_1^2}{d^2 - d_1^2} - \mu_1 = 0,7069$$

$$C_2 = \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \mu_2 = 2,455$$

$$\Rightarrow P = 0,55561, 5$$

$$P_{\max} = 0,55561 \cdot S_{\max} = 40,04 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

$$P_{\min} = 0,55561 \cdot S_{\min} = 12,79 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

$$\Delta T = - \frac{S_{\max}}{d \cdot d} = -70,59^\circ \text{C} \Rightarrow T_f = \Delta T + T_0 = -50,59^\circ \text{C} \quad (0,25)$$

$$a) \quad r = 0 \quad (0,25) \quad \cdot \quad \sigma_{\text{res}}(\text{arb}) = 2 P_{\max} = 80,08 \text{ MPa} < R_{p1} < R_{p2} \Rightarrow \text{l'arbre r\u00e9siste au toute s\u00e9curit\u00e9} \quad (0,5)$$

$$a) \quad r = \frac{d}{2} \quad (0,25) \quad \cdot \quad \sigma_{\text{res}}(\text{abs}) = \frac{2 P_{\max}}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2} = 125,13 \text{ MPa} < R_{p2} \Rightarrow \text{l'arbre r\u00e9siste au toute s\u00e9curit\u00e9} \quad (0,5)$$

$$\cdot \quad M_f \leq P_{\min} \frac{\pi d^2 L \frac{f}{R}}{2} = 271,33 \text{ Nm} \quad (0,5)$$

$$\cdot \quad F \geq f_{\max} \pi d L f = 56626,25 \text{ N} \quad (0,5)$$

$$\cdot \quad \text{contraintes dans l'arbre: } \sigma_f, \sigma_r \quad \text{et} \quad \sigma_a = \frac{F}{S} = \frac{4F}{\pi d^2} = 16,02 \text{ MPa} \quad (0,25)$$

$$a) \quad r = 0 \Rightarrow \sigma_r = 0; \quad \sigma_f = -2P_{\max} \quad \text{et} \quad \sigma_a = 16,02 \text{ MPa} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{res}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(0 - (-80,08))^2 + (16,02 + 80,08)^2 + (16,02 - 0)^2} = 89,18 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

$$a) \quad r = \frac{d}{2} \Rightarrow \sigma_r = -P_{\max}; \quad \sigma_f = -P \quad \text{et} \quad \sigma_a = 16,02 \text{ MPa} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{res}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(-80,08 + 80,08)^2 + (16,02 + 80,08)^2 + (16,02 + 80,08)^2} = 96,1 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

$\sigma_{\text{res}}' > \sigma_{\text{res}} \Rightarrow \sigma_{\text{res}} < R_p$  (arbony)  $\Rightarrow$  l'arbre r\u00e9siste au toute s\u00e9curit\u00e9.