

PHYSIQUE

Durée : 3 h 30

L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve

Il sera tenu le plus grand compte dans la notation de la qualité de la rédaction.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les parties A et B sont totalement indépendantes

A. Étude d'une installation électrique domestique

A.1 Rappel de cours

Un dipôle linéaire soumis à une tension sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$ est traversé par un courant d'intensité instantanée $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$.

A.1.1. Que représentent précisément la valeur U ainsi que φ et ω ?

A.1.2. Préciser l'expression de la puissance instantanée p dissipée dans le dipôle. Quelle est la convention utilisée ?

A.1.3. Établir l'expression de la puissance moyenne P dissipée dans le dipôle en fonction de I, U et φ .

A.1.4. Préciser l'expression de P dans les cas particuliers suivants : un résistor de résistance R , une bobine d'auto-inductance L ou un condensateur de capacité C .

A.1.5 Le kilowattheure (kWh) est l'énergie consommée par un appareil d'une puissance égale à un kilowatt fonctionnant pendant une heure. Quelle est sa valeur en J ?

A.2 Étude de l'installation

Une installation électrique est alimentée par un opérateur sous une tension efficace $U = 230$ V et de fréquence $f = 50$ Hz. Un disjoncteur différentiel a un pouvoir de coupure si l'intensité efficace dépasse $I = 2000$ A avec un facteur de puissance $\cos(\varphi) = 0,7$.

A.2.1 Quelle est la valeur de la puissance maximale P_{\max} qui peut être dissipée dans la maison lors des utilisations domestiques électriques ?

Le montage filaire simplifié de l'installation domestique est représenté sur la **figure 1**.

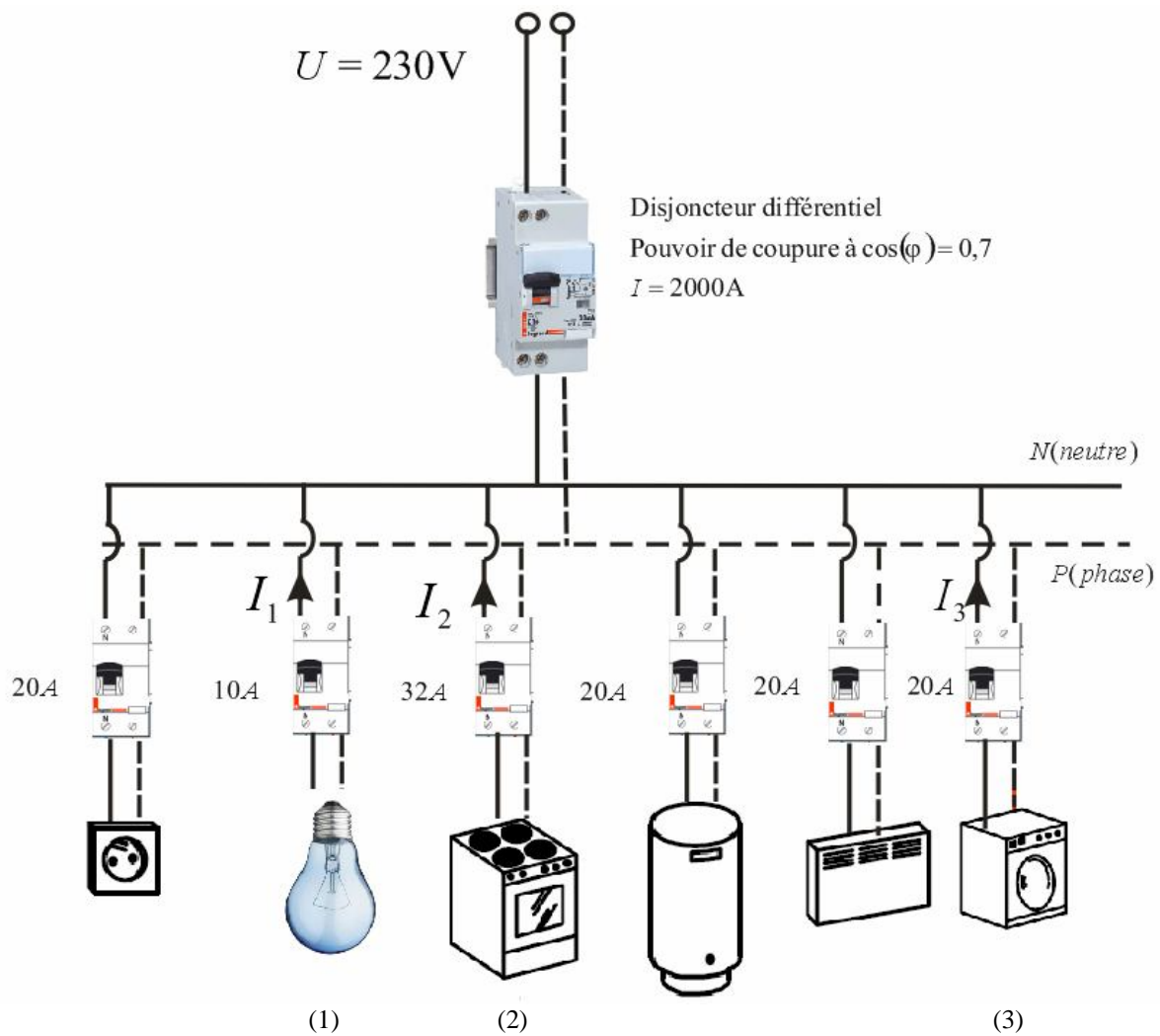


Figure 1 : Montage filaire simplifié de l'installation électrique

Un disjoncteur est un dispositif susceptible de couper le courant si l'intensité efficace dépasse un seuil : 10 A, 20 A ou 30 A suivant les besoins.

- ✓ L'ensemble des prises est relié à un disjoncteur 20 A maximum,
- ✓ L'ensemble des éclairages est relié à un disjoncteur 10 A maximum,
- ✓ L'appareil de cuisson est relié à un disjoncteur 32 A maximum,
- ✓ Le chauffe-eau, les convecteurs électriques et le dispositif de lavage sont reliés à un disjoncteur 20 A maximum.

Les notations des grandeurs électriques associées à l'étude de cette partie sont présentées dans le **tableau 1**.

Dispositif	Éclairage	Cuisson (foyers + four)	Lave-linge seul	Lave-linge + lave-vaisselle en parallèle
Intensité efficace	I_1	I_2	I_3	I_{3p} (principal) I_{3lp} (lave-linge) I_{3vp} (lave-vaisselle)
Puissance maximale de l'appareil	P_1	P_{2f} (foyers) P_{2F} (four)	P_{3l}	P_{3l} (lave-linge) P_{3v} (lave-vaisselle)
Facteur de puissance			$\cos \varphi_{3l}$	$\cos \varphi_{3l}$ (lave-linge) $\cos \varphi_{3v}$ (lave-vaisselle)

Tableau 1 : Notation des grandeurs électriques associées à l'étude de la partie A.2.

Les questions A.2.2. à A.2.5. sont consacrées à l'étude électrique des branchements du dispositif d'éclairage (1), du dispositif de cuisson (2) et du dispositif de lavage (3). Dans ce dernier cas, le lave-linge est d'abord utilisé seul puis branché en parallèle avec un lave-vaisselle.

A.2.2. L'éclairage de l'ensemble de la maison est constitué de 3 ampoules de 100 W et une ampoule de 60 W, fonctionnant sous 230 V. Chaque ampoule est assimilée à un résistor de résistance R .

- Les lampes sont-elles montées en série ou en parallèle ?
- Quelle est la puissance maximale totale P_1 consommée par le dispositif d'éclairage ?
- Déduire l'expression littérale de l'intensité efficace maximale I_1 du courant à la sortie du disjoncteur (1). Effectuer l'application numérique. Y-a-t-il un risque de coupure si on allume toutes les lampes en même temps ?

A.2.3 L'appareil de cuisson est constitué de 4 foyers électriques d'une puissance maximale totale $P_{2f} = 2000$ W et d'un four électrique de puissance maximale $P_{2F} = 2500$ W. L'ensemble se comporte comme un résistor.

Quelle est la valeur de l'intensité efficace maximale I_2 du courant à la sortie du disjoncteur (2) ?

A.2.4 Le lave-linge admet une puissance maximale $P_{3l} = 2250$ W et un facteur de puissance $\cos(\varphi_{3l}) = 0,8$.

Le lave-linge est modélisé par l'association en série d'un résistor de résistance R et d'une bobine d'auto-inductance L .

Sur la notice commerciale de la machine, le constructeur affirme qu'un lavage de 5 kg à 60°C consomme 0,4 kWh. La durée d'un lavage est de 75 min. L'essorage n'est pas pris en compte dans l'étude.

Données :

Volume d'eau utilisé pour un lavage	$V = 5$ L
Température initiale avant lavage	$T_0 = 15$ °C
Température finale après lavage	$T_f = 60$ °C
Capacité thermique massique de l'eau	$c = 4180$ J. kg ⁻¹ .K ⁻¹
Masse volumique de l'eau	$\mu = 1000$ kg.m ⁻³

Dans cette partie le lave-linge est utilisé seul dans le dispositif de lavage.

- Déterminer l'expression littérale de l'intensité efficace maximale I_3 du courant à la sortie du disjoncteur (3) et effectuer l'application numérique.
- Écrire l'expression de l'impédance complexe \underline{Z} du dipôle qui modélise le lave-linge. Préciser son module.
- Expliciter le signe de l'argument de \underline{Z} .
- Montrer que la puissance consommée par le lave-linge peut se mettre sous la forme $P_{3l} = RI_3^2$. Déduire la valeur de R et de L dans cette modélisation.
- Quelle est l'énergie consommée en J pour un lavage ?

- f) Une partie de l'énergie électrique consommée sert au chauffage du volume V d'eau de la température T_0 à la température T_f . En précisant le bilan énergétique utilisé, établir l'expression littérale de l'énergie consommée lors du chauffage de l'eau et effectuer l'application numérique.

Quelle fraction de l'énergie totale l'énergie consacrée au chauffage représente-t-elle ?

- g) Déduire la puissance moyenne consommée lors du chauffage de l'eau.

A.2.5 En raison de problèmes d'arrivée d'eau, le propriétaire décide de brancher en parallèle sur une prise multiple, le lave-linge et le lave-vaisselle. Le lave-vaisselle admet une puissance maximale $P_{3v} = 1600 \text{ W}$ et un facteur de puissance $\cos(\varphi_{3v}) = 0,7$.

Dans cette partie, le lave-linge et le lave-vaisselle sont branchés en parallèle.

- a) Déterminer les expressions littérales des intensités efficaces maximales I_{3lp} et I_{3vp} des courants qui alimentent le lave-linge et le lave-vaisselle respectivement. Effectuer les applications numériques.
- b) Exprimer la nouvelle intensité efficace maximale I_{3p} en fonction de I_{3lp} , I_{3vp} , φ_{3l} et φ_{3v} . Effectuer l'application numérique et commenter le résultat.

A.3. Étude de la protection d'une installation :

La carcasse métallique d'un appareil d'utilisation domestique comporte une « phase » à 230 V et un « neutre » à 0 V destinés au circuit d'alimentation. La carcasse est également reliée par un fil à la « terre » afin de protéger l'utilisateur. En cas de défaut d'isolement de l'appareil, l'utilisateur au contact de la carcasse est soumis au potentiel du réseau ; sa protection n'est pas assurée. L'absence de « terre » sur l'appareil d'utilisation ne permet pas l'écoulement du courant de défaut : seul un disjoncteur différentiel de 30 mA permettra à la personne d'éviter l'électrocution.

Si une installation monophasée présente un défaut d'isolement, le courant d'intensité efficace I qui entre dans la machine est différent du courant qui en ressort, d'intensité efficace $I - I_F$. Le courant de fuite d'intensité efficace I_F passe à la terre via la personne dont la résistance électrique globale est notée R_0 (**figure 2**). Le disjoncteur coupe le courant si l'intensité efficace atteint la valeur seuil $I_{F\text{seuil}} = 30 \text{ mA}$, valeur pour laquelle il y a risque de téτανisation des muscles.

- A.3.1.** Quelle doit être la valeur maximale de la résistance R_0 pour qu'il y ait coupure de courant ?

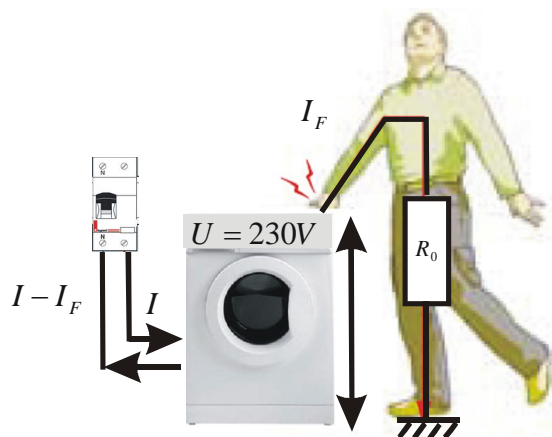


figure 2 : Courant de fuite en l'absence de « terre » sur l'appareil.

A.3.2. On peut modéliser le corps humain selon le schéma électrique représenté sur la **figure 3**.

Données : $R_1 = 460 \ \Omega$, $R_2 = 80 \ \Omega$, $R_3 = 125 \ \Omega$, $R_4 = 15 \ \Omega$, $R_5 = 840 \ \Omega$.

- Comment peut-on justifier la valeur élevée des résistances bras – jambe et la faible valeur de R_4 ?
- Déterminer l'intensité efficace du courant traversant le corps humain lorsque :
 - les deux mains tiennent les deux pôles d'une prise 230 V et les chaussures sont isolantes ;
 - une main tient une phase 230 V et les pieds nus par terre ;
 - les deux mains tiennent les rails d'un train de modélisme (16 V)
- Pourquoi les oiseaux peuvent-ils se poser sur les fils haute tension sans s'électrocuter ?

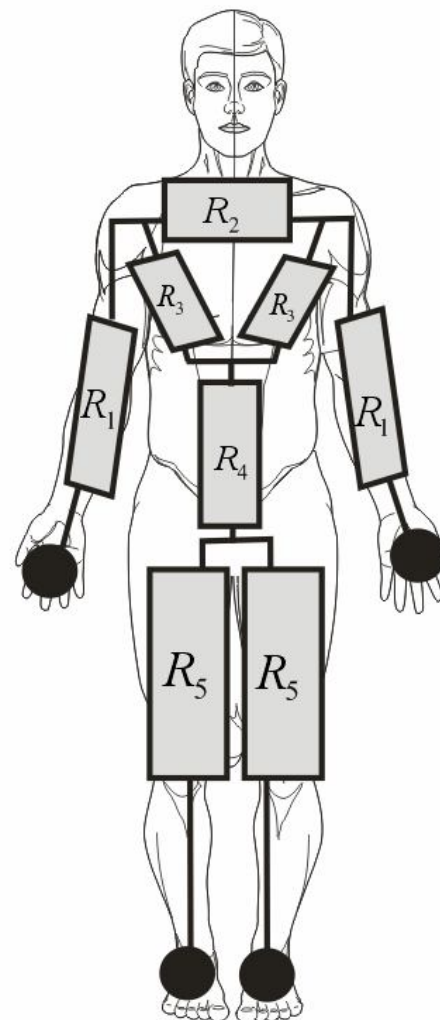


figure 3 : *Modèle électrique du corps humain*

Afin de protéger une installation, on ajoute un fil de terre (jaune et vert) relié à une tige très conductrice de forme cylindrique plantée sur une longueur L dans le sol, de rayon r_T et terminée par une extrémité hémisphérique. Le dispositif de la tige dans la terre est représenté sur la **figure 4**.

A.3.3

- Rappeler l'expression de la résistance R_b d'un barreau de section S , de longueur ℓ et de résistivité ρ .
- Justifier que la résistance du sol peut s'exprimer par la relation $R_s = \int_{r_T}^{+\infty} \frac{\rho dr}{S(r)}$ où ρ est la résistivité du sol et $S(r)$ est l'aire latérale d'un cylindre de longueur L et de rayon r plus l'aire de la $\frac{1}{2}$ sphère de rayon r (**figure 4**).
- Préciser l'expression de $S(r)$.
- Déduire l'expression littérale de la résistance R_s .
- Effectuer l'application numérique.

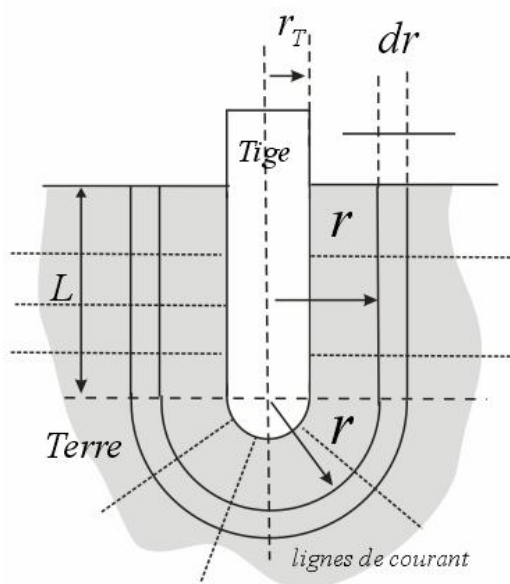


figure 4 : *Aspects géométriques de l'implantation d'une tige dans le sol*

Données : une primitive de $\frac{1}{rL+r^2} : -\frac{1}{L} \ln\left(\frac{L+r}{r}\right)$, $L = 3 \text{ m}$, $\rho = 100 \ \Omega \cdot \text{m}^{-1}$, $r_T = 1 \text{ cm}$.

A.3.4 Le code de l'électricité demande que la résistance de mise à la terre soit inférieure à 25Ω . La solution consiste à placer plusieurs tiges en parallèle selon le schéma représenté sur la **figure 5.a**. À cette disposition est associé un schéma électrique équivalent représenté sur la **figure 5.b**. R_1 est la résistance d'un câble de diamètre $D = 8 \text{ mm}$ et de conductivité $\sigma = 6.10^7 \text{ S.m}^{-1}$. R_2 est la résistance du sol. On prendra $R_2 = 30 \Omega$. La distance entre deux tiges voisines est $d = 5 \text{ m}$.

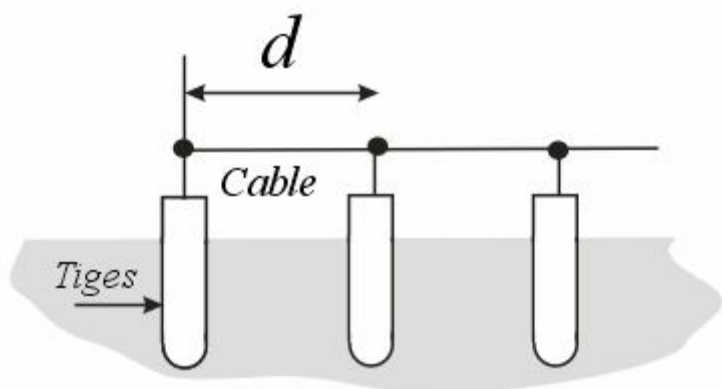


figure 5.a : Dispositif de mise à la terre

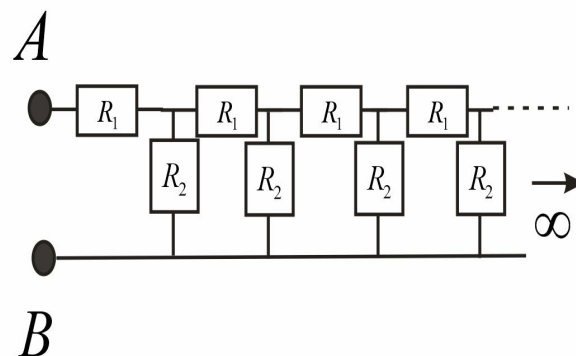


figure 5.b : Schéma électrique équivalent de la mise à la terre

- Calculer la valeur de la résistance R_1 . Comparer cette valeur à celle de R_2 .
- R_n est la résistance de n blocs (R_1, R_2) dans la **figure 5.b**. Déterminer la relation de récurrence entre R_n et R_{n+1} .
- Lorsque n tend vers l'infini, la résistance entre A et B tend vers une limite finie. Déterminer l'expression de cette limite en fonction de R_1 et R_2 .
- Simplifier l'expression compte-tenu de la remarque du a).
- Effectuer l'application numérique et proposer un commentaire.

B. Étude physique appliquée aux phénomènes biologiques : anévrisme et sténose

B.1 : Rappels de cours : loi de Poiseuille et résistance hydraulique - Application

B.1.1. Un tronçon cylindrique de rayon R et de longueur L est traversé par un fluide de viscosité η et de masse volumique μ . Les phénomènes de pesanteur sont négligés dans l'étude.

Rappeler la loi de Poiseuille reliant le débit volumique Q à la différence de pression aux extrémités du cylindre.

Préciser les conditions de validité de cette loi.

B.1.2. Le terme Q représentant le débit volumique à travers la section droite S , on définit R_{Hy} , résistance hydrodynamique, par la relation $P_0 - P_L = R_{Hy} Q$, où P_0 et P_L sont, respectivement, les pressions à l'entrée et à la sortie du tronçon cylindrique.

Exprimer la résistance hydraulique R_{Hy} en fonction de L , R et η .

B.1.3. Rappeler l'expression du nombre de Reynolds R_e . Rappeler le domaine dans lequel se situe la valeur de R_e pour un écoulement de Poiseuille. Déduire une condition portant sur le rayon R et effectuer l'application numérique.

Données :

Vitesse moyenne $v_{moy} = 0,1 \text{ m/s}$

Viscosité dynamique $\eta = 10^{-3} \text{ Pl}$

Masse volumique $\mu = 10^3 \text{ kg/m}^3$

B.1.4. Un tronçon est, à présent, constitué de trois portions cylindriques, de même axe, associées en série, de rayons r_1, r_2 et r_3 et de résistances hydrodynamiques respectives R_{Hy_1}, R_{Hy_2} et R_{Hy_3} (**figure 6**). La première portion est comprise entre $x_0 = 0$ et $x_1 = L_1$, la deuxième portion est comprise entre $x_1 = L_1$ et $x_2 = L_1 + L_2$ et la troisième portion est comprise entre $x_2 = L_1 + L_2$ et $x_3 = l$. P_A, P_1, P_2 et P_B sont les pressions en $x_0 = 0, x_1 = L_1, x_2 = L_1 + L_2$ et $x_3 = l$ respectivement. Les pertes de charges au niveau des raccords sont négligées.

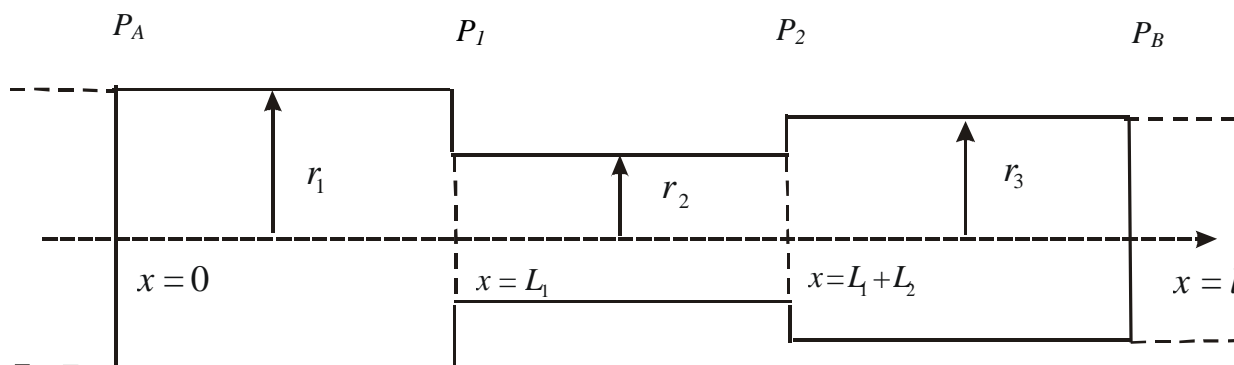


Figure 6 : Coupe diamétrale du tronçon

Les débits volumiques Q_A, Q_1, Q_2 et Q_B sont définis au travers des sections $x_0 = 0, x_1 = L_1, x_2 = L_1 + L_2$ et $x_3 = l$ respectivement. Quelle(s) relation(s) existe-t-il entre les débits Q_A, Q_1, Q_2 et Q_B ?

On pose $Q = Q_A$. Montrer que l'on peut écrire $P_A - P_B = R_{Hy} Q$ où R_{Hy} est la résistance hydrodynamique de l'ensemble du tronçon. Exprimer R_{Hy} en fonction de R_{Hy1} , R_{Hy2} et R_{Hy3} . Expliciter brièvement une analogie avec un problème d'électrocinétique et préciser l'équivalence entre grandeurs physiques décrivant l'écoulement d'un fluide ou celui de porteurs de charges.

B.1.5. Déduire l'expression de $P_1 - P_2$ en fonction de R_{Hy1} , R_{Hy2} , R_{Hy3} et $P_A - P_B$.

B.2 : Étude d'un anévrisme

B.2.1. Un vaisseau sain est modélisé par un tronçon cylindrique horizontal de longueur $AB = l$ et de rayon constant r_0 parcouru par le sang de viscosité η . Dans toute la suite, la perte de charge $\Delta P = P_A - P_B$ est supposée constante, le générateur cardiaque fournit la même énergie.

Préciser l'expression de la résistance hydraulique R_{Hy} du vaisseau sain.

Établir l'expression du débit volumique sanguin Q en fonction de η , l , r_0 et ΔP .

B.2.2. Le tiers central d'un tronçon de vaisseau de longueur l est le siège d'un anévrisme. Dans cette portion centrale, le rayon moyen R_0 est plus grand que le rayon moyen r_0 du reste du tronçon.

Le vaisseau est partagé en trois portions de même longueur $l/3$ et de résistances hydrauliques respectivement notées :

R_{Hy1} , R_{Hy2} et R_{Hy3} . La **figure 7** représente la coupe diamétrale du vaisseau atteint d'anévrisme.

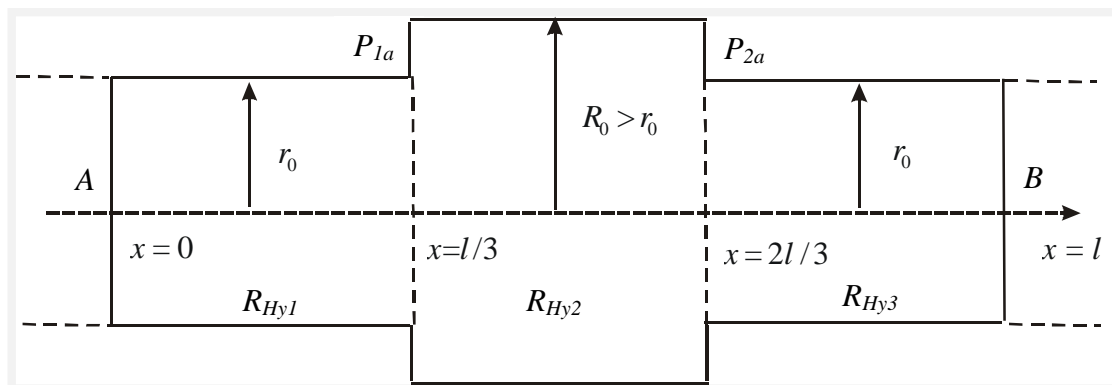


Figure 7 : Coupe diamétrale d'un anévrisme

Préciser les expressions des résistances hydrauliques R_{Hy1} , R_{Hy2} et R_{Hy3} en fonction de la résistance hydraulique R_{Hy} du vaisseau sain et des rayons R_0 et r_0 .

Q_a est le nouveau débit volumique sanguin dans le vaisseau atteint d'anévrisme. Préciser l'expression de Q_a en fonction du débit volumique sanguin Q dans le vaisseau sain, et des rayons R_0 et r_0 . Comparer Q_a à Q .

P_{1a} et P_{2a} sont les nouvelles pressions, respectivement, en $x = l/3$ et $x = 2l/3$, dans le vaisseau atteint d'anévrisme. Exprimer $P_{1a} - P_{2a}$ en fonction de la perte de charge ΔP et des rayons R_0 et r_0 .

Comparer $P_{1a} - P_{2a}$ à $\Delta P/3$ et évoquer un effet possible de l'anévrisme sur la personne à partir de ce résultat.

B.3 : Étude d'une sténose - Pontage

B.3.1. Le tiers central d'un tronçon d'artère de longueur l est le siège d'une sténose. Dans cette portion centrale, le rayon intermédiaire R_0 est plus petit que le rayon r_0 de l'artère non altérée. Le tronçon d'artère de longueur l est partagé en trois portions de même longueur $l/3$. La **figure 8** représente la coupe diamétrale du vaisseau atteint d'une sténose.

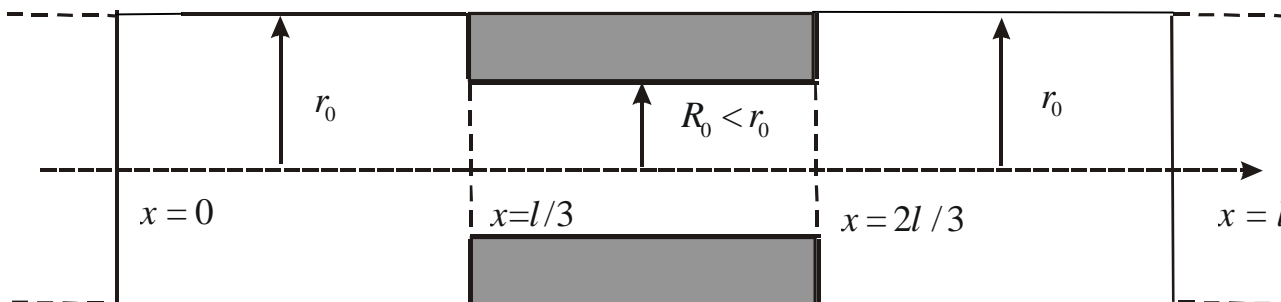


Figure 8 : Coupe diamétrale d'une sténose

Déduire la nouvelle résistance hydraulique R_{Hs} de l'artère sténosée. Exprimer le résultat sous la forme $R_{Hs} = \alpha R_{Hy}$, où R_{Hy} est la résistance hydraulique de l'artère saine et α un coefficient de proportionnalité. Expliciter α en fonction de R_0 et r_0 .

Q_s est le nouveau débit volumique sanguin dans l'artère atteinte de sténose. Préciser l'expression de Q_s en fonction de Q et des rayons R_0 et r_0 puis en fonction de Q et α . Comparer Q_s à Q . Quelle conséquence physiologique est déduite de ce résultat ?

B.3.2. Un pontage est réalisé afin de réparer une artère sténosée. Le pontage consiste à contourner l'obstacle à l'aide d'une tubulure mise en parallèle sur la totalité du tronçon. R_{Hp} est la résistance hydraulique du pontage de longueur l . La **figure 9** représente la coupe diamétrale du pontage.

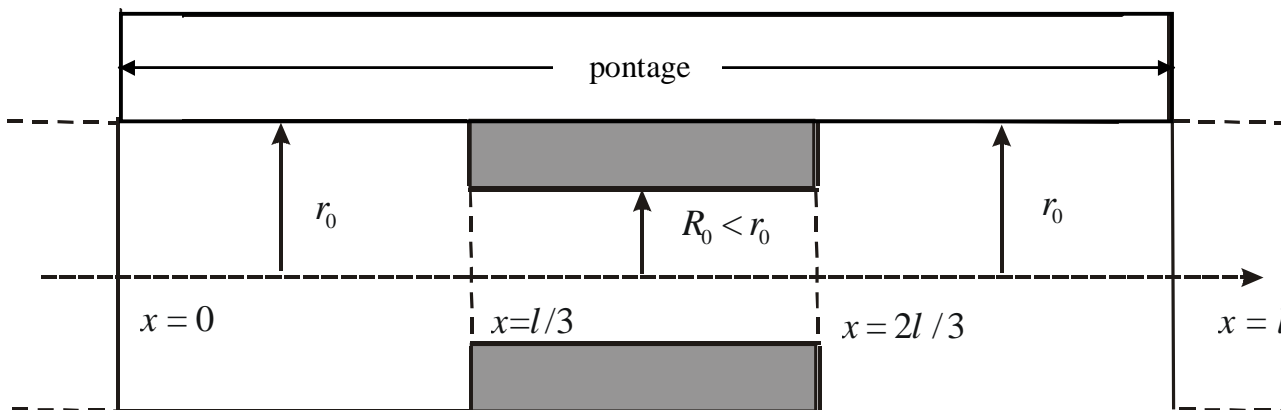


Figure 9 : Coupe diamétrale du pontage

Préciser le schéma électrique équivalent en explicitant brièvement le choix.

Établir l'expression de la résistance hydraulique R_{He} équivalente de l'artère pontée en fonction de R_{Hy} , α et R_{Hp} .

B.3.3. Quelle doit être la valeur de R_{Hp} afin de rétablir le débit volumique sanguin à sa valeur en l'absence de sténose ? Exprimer, dans ce cas, R_{Hp} en fonction de R_{Hy} et α .

B.3.4. Déterminer l'expression du rayon r_p de la tubulure de pontage permettant de rétablir le débit volumique sanguin à sa valeur en l'absence de sténose, en fonction de R_0 et r_0 .

Fin de l'épreuve