- On additionne (ou on soustrait) les numérateurs ;
- On garde le dénominateur commun. Autrement dit, si trois entiers naturels sont désignés par a, b et c avec $c \neq 0$. Or

On a $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$; et (lorsque $a \geq b$) $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$.

Exemples : $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$; $\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{7-5}{9} = \frac{2}{9}$

Remarque : Pour additionner ou soustraire deux fractions de dénominateurs différents, on commence par réduire ces fractions au même dénominateur.

III 2 - Produit de deux fractions

Propriété : Pour calculer le produit de deux fractions, on multiplie les dénominateurs entre eux et les numérateurs entre eux. Autrement dit, si quatre entiers naturels sont désignés par a, b, c et d avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$ on a : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ ← produit des numérateurs ← produit des dénominateurs

Exemples : $\frac{2}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{2 \times 4}{5 \times 7} = \frac{8}{35}$; $3 \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}$ ou bien :

$$3 \times \frac{2}{7} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{1 \times 7} = \frac{6}{7}$$

Exercice 1 : 1/ Encadre : a) $\frac{27}{4}$ à l'unité près ; b) $\frac{19}{6}$ au dixième près

2/ Compare : a) $\frac{8}{9}$ et $\frac{7}{6}$; b) $\frac{17}{13}$ et $\frac{15}{13}$; c) $\frac{11}{6}$ et $\frac{7}{4}$

Exercice 2 : 1/ Calcule les sommes et différences : $A = \frac{9}{8} + \frac{5}{6}$; $B = \frac{9}{8} - \frac{5}{6}$; $C = 2 + \frac{4}{7}$

2/ a - Décompose 294 et 693 en produits de facteurs premiers - Déduis-en le PGDC de 294 et 693

b - Écris sous forme irréductible la fraction $\frac{294}{693}$

Exercice 3 : 1/ Calcule le produit $\frac{9}{5} \times 4$

2/ Dans chaque cas, calcule le produit et donne le résultat sous forme de fraction irréductible. a) $D = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$; b) $E = \frac{2}{9} \times \frac{3}{14}$

3/ Dans un collège, $\frac{4}{9}$ des élèves sont des filles et $\frac{3}{10}$ des filles viennent à vélo. Calcule la proportion de filles venant à vélo au collège.

Fin du chapitre.

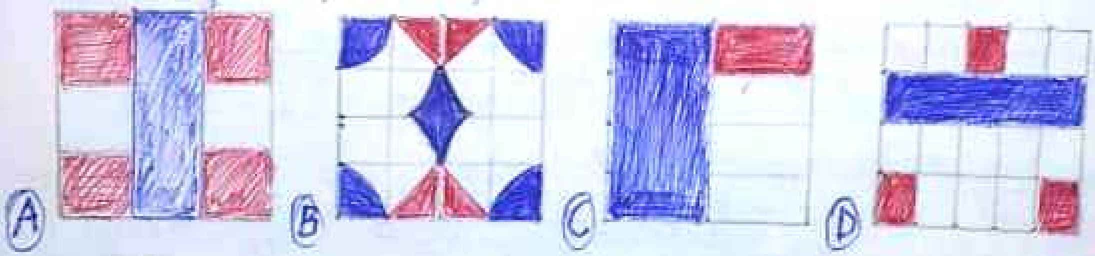
CEBER	Département de Mathématiques	
Cours Numériques de Mathématiques		
Classe de $5^{ème}$B	Date :	
Enseignant	Mahop Mahop Hervé Roland	E-Mail : fzax45@yahoo.fr Whatsapp : 697-210-320 TEL : 691 176 451 / 675 727 940

Module 5, CHAP 10 : Fractions

Situation problème : de carrelage.

Compétence visée : - Savoir déterminer la proportion d'un élément parmi d'autres tous contenus dans un même plan.

Énoncé : Malum fait une recherche de motifs pour le nouveaux carrelages. Pour chaque modèle ci-contre, indiqué par une fraction :



*) - La proportion du grand carré colorié en bleu.

⟹ pour le modèle (A), le grand carreaux en bleu occupe 3 fois la place d'un petit carreau, au total nous avons 9 petits carreaux dans le plan d'où la proportion du grand carré bleu $= \dfrac{\text{3 fois la place d'un petit carré}}{\text{Nombre total de carrés dans le plan}}$

Soit : Proportion du grand carré bleu $= \dfrac{3}{9}$.

Pour le modèle (B), Nous avons au total 16 carrés, et le nombre de carrés coloriés en bleu est de 5 d'où Proportion $= \dfrac{5}{16}$

Pour le modèle ©, le plan est divisé en 8 carrés car le grand carré bleu occupe 4 fois la place d'un petit carré ainsi :

La proportion $= \frac{4}{8}$

Pour le modèle Ⓓ ; Nous constatons que le grand carré en bleu occupe 5 fois la place d'un petit carré. Donc le nombre total de petits carrés dans le plan est de 20 carrés.

D'où la proportion du grand carré bleu $= \frac{5}{20}$

Leçon 1 : Encadrement et comparaison des fractions

Compétence visée : - Apprendre à encadrer et comparer des fractions.

Activité 1 : Recopie et complète les égalités suivantes par un nombre entier et une fraction plus petite que 1 :

a) $\frac{26}{6} = 4 + \frac{2}{6}$; b) $\frac{45}{7} = 6 + \frac{3}{7}$; c) $\frac{59}{10} = 5 + \frac{9}{10}$

a) $\frac{26}{6} \Leftrightarrow \begin{array}{r|l} 26 & 6 \text{ — diviseur} \\ -24 & 4 \text{ — quotient} \\ \hline 2 \text{ — reste} & \end{array} \Rightarrow \frac{26}{6} = \text{quotient} + \frac{\text{reste}}{\text{diviseur}} = 4 + \frac{2}{6}$

b) $\frac{45}{7} \Leftrightarrow \begin{array}{r|l} 45 & 7 \rightarrow \text{diviseur} \\ -42 & 6 \rightarrow \text{quotient} \\ \hline 3 \rightarrow \text{reste} & \end{array}$ $\frac{45}{7} = 6 + \frac{3}{7}$; c) $\begin{array}{r|l} 59 & 10 \\ -50 & 5 \\ \hline 9 & \end{array}$ $\frac{59}{10} = 5 + \frac{9}{10}$

Paragraphe I.1 - Partie entière d'une fraction

Propriété : a, b, q et r désignent des entiers naturels avec b différent de zéro. Toute fraction $\frac{a}{b}$ peut s'écrire sous forme $\frac{a}{b} = q + \frac{r}{b}$ où q est le quotient de la division euclidienne de a par b et r est le reste. Ainsi $\frac{r}{b} < 1$ et q est la partie entière de la fraction $\frac{a}{b}$

Exemple : $\frac{18}{7} = 18 \div 7$ d'où $\begin{array}{r|l} 18 & 7 \\ -14 & 2 \\ \hline 4 & \end{array}$ Ainsi, q = 2 et r = 4 donc $\frac{18}{7} = 2 + \frac{4}{7}$

I 2 - Encadrer une fraction

Activité 2 : Encadrement de fractions par deux entiers

1/ a- Encadre 9,5 puis 0,2 et 13,76 par les deux nombres entiers qui leur sont les plus proches

⟹ • Lorsqu'on a 9,5, les nombres entiers inférieurs et supérieurs à 9,5 sont : {0, 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10} Nous constatons que 9,5 est compris entre 9 et 10. Donc : $9 < 9,5 < 10$ (encadrement de 9,5 par 2 nombre entiers plus proche)

• Lorsqu'on a 0,2, les nombres entiers les plus proches pour encadrer 0,2 sont : {0, 1}. Donc : $0 < 0,2 < 1$

• Lorsqu'on a 13,76, les nombres entiers les plus proches pour encadrer 13,76 sont : {13 ; 14}. Donc : $13 < 13,76 < 14$

b- ~~Quelle fraction~~ Calcule, dans chaque cas, la différence entre ces entiers. Que constates-tu ?

⟹ • pour $9 < 9,5 < 10$, la différence entre les 2 entiers : $10 - 9 = 1$

• pour $0 < 0,2 < 1$, la différence entre les 2 entiers : $1 - 0 = 1$

• pour $13 < 13,76 < 14$, la différence entre 2 entiers : $14 - 13 = 1$

En conclusion on constate que la différence de 2 nombres entiers qui sont les plus proche sera toujours égal à 1

2/ On veut encadrer $\frac{47}{7}$ par les deux entiers qui lui sont les plus proches.

a- Quelle opération donne pour résultat le plus grand entier inférieur à $\frac{47}{7}$

⟹ Cette opération est la division euclidienne, de 47 par 7. Ainsi on a :

$$\begin{array}{r|l} 47 & 7 \\ -42 & 6 \\ \hline 5 & \end{array}$$

on a : $\frac{47}{7} = 6 + \frac{5}{7}$; 6 correspond à la partie entière de $\frac{47}{7}$

soit : $6 < \frac{47}{7}$

b) Déduis-en l'encadrement démandé

⟹ Sachant que l'encadrement d'une fraction par 2 nombres entiers les plus proches et dont leur différence est égale à 1 alors :

$6 < \frac{47}{7} < (6+1)$ ~~car~~ $(6+1) - 6 = 1$; Donc, $6 < \frac{47}{7} < 7$

$\rightarrow$ $420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$ et $315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$ donc $PGDC(420; 315) = 3 \times 5 \times 7 = 105$

Ainsi, $\frac{420}{315} = \frac{\frac{420}{105}}{\frac{315}{105}} = \frac{4}{3}$. La fraction $\frac{4}{3}$ est irréductible.

II. 2 - Réduire deux fractions au plus petit dénominateur commun.

Définition : $a; b; c$ et d désignent des entiers naturels avec $b \neq 0$, $d \neq 0$ et $b \neq d$. Réduire deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ au plus petit dénominateur commun, c'est remplacer ces fractions par deux autres qui leur sont respectivement égales et qui ont pour dénominateur le PPMC de b et de d

Exemple : $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{6}$ ont pour plus petit commun dénominateur (PPMC) 12 car $PPMC(4; 6) = 12$; $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$ et $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$

Remarque : Les multiples communs de 4 et 6, supérieurs à 12, étant 24, 36, etc., On pourrait choisir l'un de ces nombres comme dénominateur commun mais ce ne serait pas le plus petit. Exemple : $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}$ et $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$

II. 3 - Comparer deux fractions de dénominateurs différents

Propriété : ~~Pour calculer la somme (ou la différence)~~ Pour comparer deux fractions de dénominateurs différents, on peut commencer par les mettre au même dénominateur. La plus petite est alors celle qui a le plus petit numérateur.

Exemple : Comparer $\frac{9}{7}$ et $\frac{53}{42}$ $\rightarrow$ On remarque que $PPMC(7; 42) = 42$

d'où $\frac{9}{7} = \frac{9 \times 6}{7 \times 6} = \frac{54}{42}$; or $\frac{54}{42} > \frac{53}{42}$; donc $\frac{9}{7} > \frac{53}{42}$

Leçon 3 : Opérations sur les fractions

Compétences visées : - Apprendre à additionner et soustraire deux fractions

- Utiliser le PPMC pour calculer avec des fractions
- Apprendre à multiplier deux fractions.

III. 1 - Somme et différence de deux fractions

Propriété : Pour calculer la somme (ou la différence) de deux fractions de même dénominateur :

a) - Encadrer par deux entiers naturels consécutifs

Propriété : Si q est la partie entière d'une fraction $\frac{a}{b}$ (a n'étant pas un multiple de b) alors $\frac{a}{b}$ peut être encadrée par deux entiers naturels consécutifs q et q+1, on écrit $q < \frac{a}{b} < q+1$

Exemple : La fraction $\frac{18}{7}$ a pour partie entière 2 et 18 n'est pas un un multiple de 7, donc, $2 < \frac{18}{7} < 3$

b) - Encadrer par deux décimaux consécutifs de même rang

Exemple : $\frac{18}{7} = 18 : 7$. On effectue la division décimale. Le quotient approché par défaut au millième est 2,571. L'encadrement de $\frac{18}{7}$ au dixième près est : $2,5 < \frac{18}{7} < 2,6$; celui au centième près : $2,57 < \frac{18}{7} < 2,58$

I. 3 - Comparer une fraction à l'unité

Propriétés : • Si le numérateur est égal au dénominateur, alors la fraction est égale à 1

- Si le numérateur est inférieur au dénominateur, alors la fraction est inférieur à 1
- Si le numérateur est supérieur au dénominateur, alors la fraction est supérieur à 1

Exemples : $\frac{8}{8} = 1$ car $8 = 8$; $\frac{11}{13} < 1$ car $11 < 13$; $\frac{19}{18} > 1$ car $19 > 18$

Leçon 2 : Irréductibilité et réductibilité des fraction

Compétences visées : - Savoir reconnaître qu'une fraction est réductible ou irréductible.

II. 1 - Fraction irréductible et PGDC.

Propriété : pour rendre une fraction $\frac{a}{b}$ irréductible, on divise le numérateur a et dénominateur b de la fraction par le PGDC de a et b

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{PGDC(a,b)}}{\frac{b}{PGDC(a,b)}}$$

Exemple : On souhaite rendre irréductible la fraction $\frac{420}{315}$