

IV. Paramètres de position d'une série statistique

1. Le mode

Le mode d'une série statistique est la modalité ou valeur correspondant à la plus grande fréquence (absolue ou relative).

Remarques:

R₁ - Si la série statistique est à caractère continu (données groupées en classes) on parlera de **classe modale** $[x_i; x_{i+1}[$ et le mode sera $M_0 = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$

R₂ - une série qui a plusieurs modes est dite **plurimodale**.

2. La médiane

La médiane d'une série statistique est la modalité qui partage la série en deux parties d'égal effectif.

a. Cas d'un caractère discret

- Elle est obtenue en classant les données (ou observations) dans un ordre croissant ou décroissant.

- Si le nombre total des données est **impair**, la médiane sera la modalité de rang $\frac{n+1}{2}$ ($n \in \mathbb{N}$)

Exemple: notes obtenues par les élèves d'une classe à un devoir: 14; 9; 11; 10; 8; 9; 16; 13; 15.

on aura: 8; 9; 9; 10; 11; 13; 14; 15; 16

Médiane (M_e)

- Si le nombre total des modalités est **pair**, la médiane sera la demi-somme des termes de rang $\frac{n}{2}$ et $\frac{n}{2} + 1$

Exemple: soit la série des notes 14; 12; 7; 9; 14; 10; 12; 6.

on a: 6; 7; 9; 10; 12; 12; 14; 14

$$M_e = \frac{10 + 12}{2} = 11$$

b. Cas d'un caractère continu.

La médiane sera obtenue par une interpolation linéaire (on se servira des fréquences cumulées):

Exemple:

Considérons le relevé des montants des achats effectués dans un magasin de jouets comme l'illustre le tableau ci-dessous:

| Depenses en 10 ² FCFA | Effectifs n _i | Effectifs cumules croissants |
|-------------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| [0 - 50[| 9 | 9 |
| [50 - 100[| 16 | 25 |
| [100 - 150[| 20 | 45 |
| [150 - 200[| 12 | 57 |
| [200 - 250[| 3 | 60 |
| Total | 60 | |

On aura:

$$\frac{\sum n_i}{2} = \frac{60}{2} = 30 \quad \text{et}$$

$$25 < 30 < 45 \implies 100 < Me < 150$$

$$\frac{Me - 100}{150 - 100} = \frac{30 - 25}{45 - 25} \iff \frac{Me - 100}{50} = \frac{5}{20}$$

$$\iff Me - 100 = 50 \frac{5}{20}$$

$$\iff Me = 100 + 50 \frac{5}{20}$$

$$\iff Me = 100 + 12,5$$

La mediane est $Me = 112,5 \times 10^2 \text{ FCFA} = 112,5$

3 - Les quartiles

Les quartiles sont les modalités (valeurs) qui partagent la serie en quatre parties d'egal effectif.

- **Premier quartile (Q_1)** c'est la modalite dont 25% (ou $\frac{1}{4}$) des modalites lui sont inferieures.

- **Deuxieme quartile (Q_2)** c'est la modalite dont 50% des modalites lui sont inferieures. on a $Q_2 = Me$

- **Troisieme quartile (Q_3)** c'est la modalite dont 75% ($\frac{3}{4}$) des modalites lui sont inferieures.

Exercice! Considerant la serie des depenses en achat des jouets ci-dessus, determinez le premier et le troisieme quartiles de cette serie.

* **Pour solution**

- Premier quartile (Q_1)

$$\frac{\sum n_i}{4} = \frac{60}{4} = 15$$

$$9 < 15 < 25 \implies 50 < Q_1 < 100$$

$$\implies \frac{Q_1 - 50}{100 - 50} = \frac{15 - 9}{25 - 9}$$

$$Q_1 - 50 = 50 \cdot \frac{6}{16} \Rightarrow Q_1 = 50 + 18,75$$

$$\Rightarrow Q_1 = 68,75 \times 10^2 \text{ F}$$

- Troisième quartile Q_3

$$3 \sum_{j=4} n_j = \frac{60 \times 3}{4} = 45$$

$$45 \leq 45 \leq 57 \Rightarrow 150 \leq Q_3 \leq 200$$

$$\Rightarrow \frac{Q_3 - 150}{50} = \frac{45 - 45}{57 - 41}$$

$$\Rightarrow Q_3 - 150 = 50 \times \frac{0}{12}$$

$$\Rightarrow Q_3 - 150 = 0$$

$$\Rightarrow Q_3 = 150 \cdot 10^2 \text{ F}$$

4- Moyenne arithmétique

a) Définition: On appelle moyenne arithmétique des n nombres $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_{n-1}, x_n$ le nombre noté \bar{x} tel que:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

b) Moyenne arithmétique pondérée

- cas d'un caractère discret
La moyenne arithmétique de la série (x_i, m_i) est

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

- cas d'une caractéristique continue

Elle est obtenue en remplaçant dans la formule ci-dessus les x_i par les c_i (centre de classe).

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i c_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

V. Paramètres de dispersion d'une série statistique

1- étendue

On appelle ainsi, pour une série statistique donnée, la différence entre la plus grande et la plus petite des modalités