Année scolaire : 2019 – 2020
Classe : GC 4 – GM 4

**MINESEC**
**CENTRE EDUCATIF LE BON BERGER**
**Département de mathématiques**
Enseignant : KENNE YONTA Joël
Tel : 676947925
Email : kennej1992@gmail.com

# Chapitre 11 : Système d'équations dans IR x IR

## Leçon 1 : Système de deux équations linéaires dans IR x IR

**Situation Problème :**

Henri a de l'argent constitué exclusivement des pièces de 10 Frs et 5 Frs, pour un montant de 525 Frs. $x$ désigne le nombre de pièces de 10 Frs et $y$ le nombre de pièces de 5 Frs. Déterminer le nombre de pièces 10 Frs et le nombre de pièces de 5Frs sachant qu'il dispose 55 pièces au total.

## Activité

Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ chacun des systèmes ci – dessous par la méthode de votre choix

a) $\begin{cases} -x + 3y = 10 \\ 2x - 5y = -9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -4x + 2y = 6 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 4y = 1 \\ 2x - 8y = 3 \end{cases}$

**Retenons :**

Soit $(S)$ le système d'équations linéaires à deux inconnues $x$ et $y$ : $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ où $a, b, c, a', b', et\ c'$ sont des nombres réels avec $a, b, a'\ et\ b'$ tous non nuls.

→ Les méthodes de résolution algébrique de ce système sont : la méthode par substitution, la méthode par combinaison linéaire ou par addition.

→ Pour la méthode graphique, chaque équation du système est une droite affine.

- Si les deux droites sont strictement parallèles, il n'y a pas de solutions.
- Si les deux droites sont confondues, il y a une infinité de solutions.
- Si les deux droites sont sécantes, il y a une unique solution : les coordonnées du point d'intersection des deux droites.

**Exemples :**

→ Résolvons le système $\begin{cases} -x + 3y = 11 \\ 2x - 5y = -17 \end{cases}$ ***par substitution*** :

Dans la première équation, on a : $x = 3y - 11$.

En remplaçant alors dans la deuxième équation $x$ par $3y - 11$ on a : $\begin{cases} x = 3y - 11 \\ 2(3y - 11) - 5y = -17 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3y - 11 \\ y = 5 \end{cases}$ ; $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$. $S = \{(4, 5)\}$.

→ Résolvons le système $\begin{cases} 4x + 2y = -1 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$ ***par Combinaison linéaire*** :

En multipliant la deuxième équation par $-4$ et la deuxième par 1 on obtient : $\begin{cases} 4x + 2y = -1 \\ -4x + 12y = +8 \end{cases}$

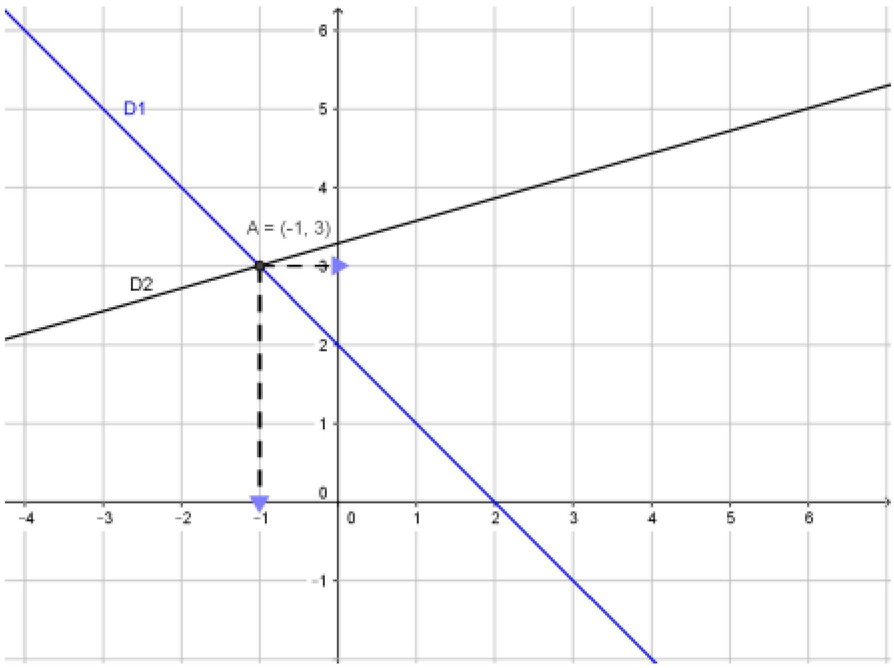
En additionnant membre par membre on a : $14y = 7$ donc $y = \frac{1}{2}$.

En rapportant la valeur de y dans la deuxième équation, on a : $x = -\frac{1}{2}$.

$S = \left\{\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)\right\}$

→ Résolvons graphiquement le système : $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - 7y = -19 \end{cases}$

Soient D1 et D2 les droites d'équations respectives : $x + y = 2$ et $2x - 7y = -19$




La solution du système est le point d'intersection des deux droites : $S = \{(-1{,}3)\}$

**Exercices :**

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ chacune des systèmes d'équations suivantes en utilisant chacune des méthodes ci – dessous :

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ -x + 6y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 6y = 4 \\ \frac{1}{2}x - 3y = -3 \end{cases}$

**CORRECTION DE LA SITUATION PROBLEME:**

Henri a de l'argent constitué exclusivement des pièces de 10 Frs et 5 Frs, pour un montant de 525 Frs. $x$ désigne le nombre de pièces de 10 Frs et $y$ le nombre de pièces de 5 Frs. Déterminer le nombre de pièces 10 Frs et le nombre de pièces de 5Frs sachant qu'il dispose 55 pièces au total.

Soit $x$ le nombre de pièces de 10 Frs et $y$ le nombre de pièces de 5 Frs.

Le montant global est : $10x + 5y = 525$ soit $2x + y = 105$.

Nombre de pièces : $x + y = 55$. On obtient ainsi le système : $\begin{cases} 2x + y = 105 \\ x + y = 55 \end{cases}$

Dans la deuxième équation on a : $y = 55 - x$ ,

En remplaçant $y$ par sa valeur à la première équation, on a : $2x + 55 - x = 105$

D'où $x = 50$ et $y = 5$

# <u>Leçon 2</u> : Système de deux Inéquations linéaires dans IR x IR

**Objectif pédagogique :**

- Interpréter graphiquement les couples solutions d'inéquation ou d'un système d'inéquations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- Utiliser les systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pour résoudre les problèmes d'optimisation.

## Activité

Indiquer la partie du plan dont les coordonnées des points sont solutions du système :

$$\begin{cases} 2x - y \geq 3 \\ x + 4y < 1 \end{cases}$$

**Retenons :**

Si $a$ et $b$ sont deux réels tous non nuls, alors $ax + by - c$ a un signe constant dans chacun des demi plans frontière la droite d'équation $ax + by - c = 0$ c'est – à – dire

si $M(x_M, y_M) \notin D : ax + by - c = 0$ ($c \in \mathbb{R}$) alors $ax_M + by_M - c > 0$ ou $ax_M + by_M - c < 0$.

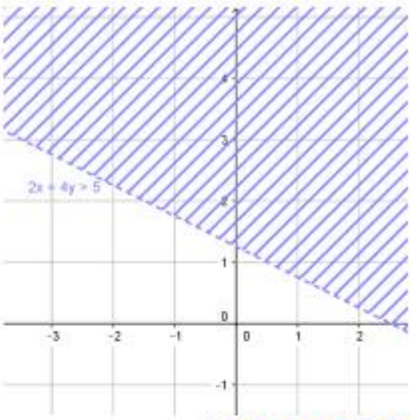
**Méthode :**

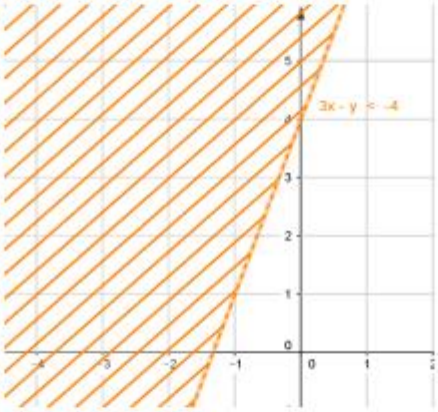
Pour résoudre graphiquement une inéquation dans laquelle $ax + by$ est comparé à un réel $c$ avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$.

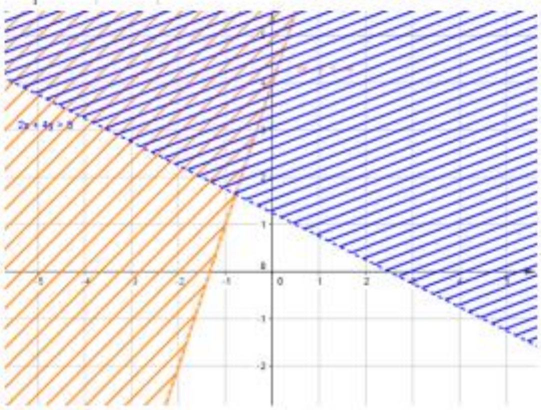
- → On trace dans un repère du plan la droite (D) : $ax + by - c = 0$.
- → On prend les coordonnées $(\alpha, \beta)$ d'un point choisi dans le demi-plan de frontière (D), (D) exclu.
- → Pour tout point $M(x, y)$ du demi plan $ax + by - c$ a le même signe que $a\alpha + b\beta - c$ ou le signe opposé à celui de $a\alpha + b\beta - c$.

**Exemples :**

Résolvons graphiquement les inéquations :



Chapitre 12

# STATISTIQUES

## MOTIVATION

Des domaines de la politique (votes, scrutins), de la démographie (densité de la population, natalité, mortalité) et même en milieu scolaire (taux de réussite), les statistiques sont le plus souvent utilisées pour connaitre les tendances, les préférences, afin de pouvoir faire des prévisions et prendre de bonnes décisions. Ce chapitre tient donc une place importante dans la vie active.

## SITUATION PROBLEME

L'extrait d'un bulletin scolaire d'un élève a été mouillé suite aux grandes inondations survenues dans la ville de Douala. Suite à cela, plusieurs nombres, y compris la moyenne ont été effacés. Retrouve les nombres effacés, puis calcule la moyenne.

| Matière | Note | coef | Total |
|---|---|---|---|
| Maths | 15 | 4 | |
| PCT | 12 | | 36 |
| Anglais | | | 23 |
| TM | 16 | 1 | 16 |
| Français | | 3 | 39 |
| Histoire | 11 | 2 | |
| ECM | | 2 | 26 |
| SVT | 16 | | 32 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| Info | 10 | 2 | 20 |
| Total | | 24 | |
| Moyenne : /20 | | | |

**Rappel du vocabulaire statistique.**

Population : Ensemble des individus ou objets sur lesquels l'étude statistique est faite.

Effectif total : C'est le nombre total d'individus d'une population.

Caractère : Trait, critère permettant de d'écrire ou différencier les individus d'une population. Il en existe deux types :

- Caractère quantitatif : lorsque le caractère étudier est mesurable. (Exemple : poids, Taille, âge, etc.)
- Caractère qualitatif : lorsque le caractère étudier n'est pas mesurable. (Exemple : couleur des yeux, animal préféré, etc.)

Modalité : valeur que peut prendre un caractère.

Mode : modalité ayant le plus grand effectif.

Fréquence : C'est le rapport de l'effectif d'une modalité par l'effectif total. On a :

$$\boxed{f = \frac{effectif\ de\ la\ modalité}{Effectif\ total}}$$

Elle peut également être exprimée en pourcentage. On a donc :

$$\boxed{fen\ \% = \frac{effectif\ de\ la\ modalité}{Effectif\ total} \times 100}$$

## 1- Etude d'un caractère quantitatif

### 1.1- Organisation et traitement données

**Activité :**

Les élèves d'une classe de quatrième année ont été interrogés sur leurs âges. On a obtenu les résultats suivants :

| âge | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 6 | 3 | 4 | 3 | 4 | 20 |

1) Quel est l'âge le plus représenté ?

2) Combien d'élèves ont un âge plus grand ou égal à 15 ?

3) Combien d'élèves un âge plus petit ou égal à 15 ?

**Solution :**

1) L'âge le plus représenté est 13. C'est le **mode.**

Le nombre d'élèves ayant un âge plus grand ou égal à 15 est : 3 + 4 = 7.
3) Le nombre d'élèves ayant un âge plus petit ou égal à 15 est : 6 + 3 + 4 + 3 = 16. C'est **l'effectif cumulé croissant** de la modalité 15.

**Définition**

- On appelle **Mode** d'une série statistique, la modalité ayant le plus grand effectif.
- On appelle **effectif cumulé croissant** de la modalité k, la somme des effectifs de chaque modalité inférieure ou égale à k.
- On appelle fréquence cumulée croissante de le modalité k, le rapport de l'effectif cumulé croissant de la modalité k par l'effectif total.

### 1.2 Calcul de la moyenne

La moyenne est notée M ou $\bar{X}$.

Pour calculer la moyenne :

- ✓ On commence par effectuer les produits des modalités par les effectifs associés.
- ✓ On additionne tous ces produits.
- ✓ On divise la somme obtenue par l'effectif total.

$$\bar{X} = \frac{Somme\,(modalité \times effectif\ de\ la\ modalité)}{Effectif\ total}$$

**Exercice d'application :**

1) Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et fréquences cumulées croissantes de la série statistique de l'activité précédente

2) Combien d'élèves ont un âge plus grand que 14 ?

3) Calcule la moyenne de cette série statistique.

**Solution**

| Age ($x_i$) | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif ($n_i$) | 6 | 3 | 4 | 3 | 4 | 20 |
| E:C:C | 6 | 9 | 13 | 16 | 20 | |
| F:C:C | $-\frac{6}{20} = 0{,}3$ | 0, 45 | 0, 65 | 0, 8 | 1 | |
| $n_i \quad x_i$ | 78 | 42 | 60 | 48 | 68 | 296 |

La moyenne est : $M = \frac{296}{20} = 14{,}8\ ans$

### 1.3 Représentation par des diagrammes

#### 1.3.1 Diagramme circulaire

La représentation du diagramme circulaire d'une série statistique se fait à l'aide de la mesure de l'angle au centre de chaque secteur circulaire représentant chacune des modalités. Elle est donnée par :

$$\boxed{Mesure = \frac{Effectif\ de\ la\ modalité}{Effectif\ total} \times 360}$$

ou encore

$$\boxed{Mesure = frequence\ de\ la\ modalité \times 360}$$

**Exercice d'application :**

Le tableau statistique suivant donne les effectifs en fonction de l'argent de poche journalier des élèves d'un lycée.

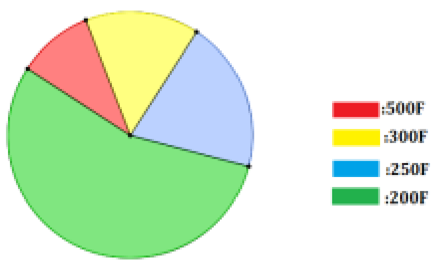
| Montant (Fcf a) | 200 | 250 | 300 | 500 | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 363 | 132 | 99 | 66 | |

Construire le diagramme circulaire de cette série statistique :

**Solution**

| Montant (Fcf a) | 200 | 250 | 300 | 500 | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 363 | 132 | 99 | 66 | 660 |
| Mesure | 198 | 72 | 54 | 36 | 360 |

Le diagramme est le suivant :



**NB :** Etant donné un diagramme circulaire, nous pouvons retrouver l'effectif de chaque modalité comme suit :

$$\boxed{E_m = \frac{Mesure \times Effectif\ Total}{360}}$$

### 1.3.2 Diagramme semi-circulaire

La représentation du diagramme circulaire d'une série statistique se fait à l'aide de la mesure de l'angle au centre de chaque secteur circulaire représentant chacune des modalités. Elle est donnée par :

$$\boxed{Mesure = \frac{Effectif\ de\ la\ modalit\acute{e}}{Effectif\ total} \times 180}$$

ou encore

$$\boxed{Mesure = frequence\ de\ la\ modalit\acute{e} \times 180}$$

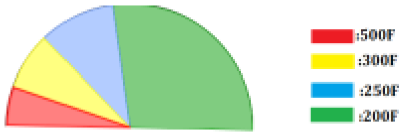
**Exercice d'application :**

Construire le diagramme semi-circulaire de la série statistique suivante de l'activité précédente :

**Solution**

| Montant (Fcf a) | 200 | 250 | 300 | 500 | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 363 | 132 | 99 | 66 | 660 |
| Mesure | 99 | 36 | 27 | 18 | 180 |

Le diagramme est le suivant :




### 1.3.3 Diagramme en bâtons

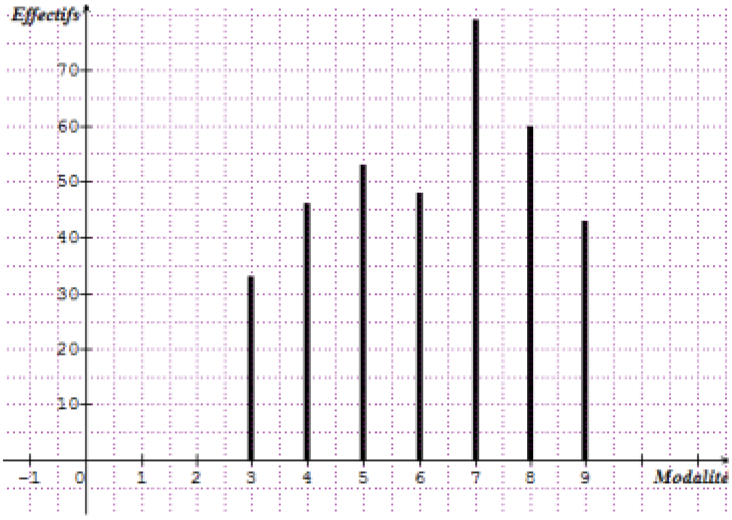
Pour construire un diagramme en bâton, on construit un repère orthogonal, ensuite on place en abscisse les modalités, et en ordonnée les effectifs. Ici, chaque modalité est représentée par un bâton dont la longueur est proportionnelle à son effectif.

**Application**

Construire le diagramme en bâtons de la série statistique suivante, puis déterminer son mode.

| modalité | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 33 | 46 | 53 | 48 | 79 | 60 | 43 |

**Solution**



# <u>Module 16</u> : Solides de l'espace.

# <u>Chapitre 12</u> : Section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base.

## <u>Leçon 1</u> : Section d'une pyramide, d'un cône.

**<u>Objectif pédagogique</u>** : - Faire apparaitre sur la représentation d'une pyramide ou d'un cône la section de cet objet par un plan parallèle à la base.

**<u>Motivation</u>** : -Assembler les pièces d'un meuble ;

- Réaliser une maquette….

**<u>Prérequis</u>** : 1) Décrire une pyramide et un cône de révolution. Donner un patron dans chacun des cas.

2) Donner la formule du volume d'un cône et celle du volume d'une pyramide.

**<u>Situation problème</u>** :
On veut mettre la toiture sur une maison de forme circulaire. La hauteur de cette maison est 2m et le diamètre 3m. Peut-on trouver la surface de ce toit

**<u>Activité d'apprentissage</u>**

Le père de Bouba a besoin de mettre la toiture sur sa maison de forme circulaire. Soit ci-contre sa maison.

Comment doit-il procéder ?

### <u>Résumé</u> :

- La section d un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est un cercle ou un disque dont le centre est situé sur l'axe du cône. De plus, si c'est un cercle alors, il est une réduction du cercle délimitant sa base. Si c'est un disque, il est une réduction de la base.

- La section d une pyramide par un plan parallèle à sa base est un polygone de même nature que celui formant la base de la pyramide. De plus, si la base de la pyramide est formée par un polygone régulière centre du polygone réduit appartient au segment dont les extrémités sont le sommet de la pyramide et le centre du polygone de base.

## <u>Leçon 2</u> : Eléments métriques : Aire latérale, aire totale.

**<u>Objectifs pédagogiques</u> : -** calculer l'aire latérale d'une pyramide ou d'un cône de révolution ;

- Calculer l'aire totale d'une pyramide ou d'un cône de révolution.

**<u>Prérequis</u>** :

- calculer l'aire d'un cercle ou d'un disque,

- calculer l'aire d'un polygone régulier.

**Situation problème** : NONO veut déterminer l'aire totale de sa maison en forme d'un cône de révolution. Peux-tu l'aider à la déterminer ?

**Activité d'apprentissage**

Soit SABCD une pyramide à base le carré ABCD de cote 4cm et hauteur h=8cm.

1) Calculer l'aire du carré ABCD
2) calculer les aires des polygones suivants : SAB, SBD, SAC et SBC.
3) calculer la somme de toutes aires de deux précédentes.

**Résumé** :

- Le volume V d'une pyramide et d'un cône de révolution est déterminé par la formule $V = \frac{S_B \times h}{3}$ où $S_B$ est la surface de base et h la hauteur.
- L'aire latérale $A_L$ d'une pyramide régulière ou d'un cône de révolution est déterminée par la formule $A_L = \frac{P_B \times g}{2}$ où $P_B$ est le périmètre de base et g sa génératrice.
- L'aire totale $A_T$ d'une pyramide régulière et d'un cône de révolution est $A_T = A_B + A_L$ où $A_B$ est l'aire de base de la d'une pyramide régulière ou du cône de révolution.

NB : Pour un cône de révolution de rayon de base r, de hauteur h et de génératrice g, on a : $g^2 = r^2 + h^2$ ;l'aire latérale se réduit à $A_L = \pi \times r \times g$ et le volume $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$.

**Exercice d'application** :

On considère un cône de révolution de rayon de base R, de sommet S et de hauteur SO. On donne SA=5cm et SO=4cm.

1) calculer l'aire de la base de ce cône.
2) calculer latérale et en déduire l'aire totale de ce cône.

# Leçon 3 : Propriétés de réduction.

**Objectifs pédagogiques :** Utiliser la propriété de réduction lors des calculs de longueurs, d'aires ou du volume du tronc d'un cône de révolution ou d'une pyramide.

**Prérequis :**

- Calculer l'Aire d'une pyramide ou d'un cône ;
- Calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône.

**Situation problème :**

Connaissant l'aire totale de sa maison sous forme d'un cône de révolution, le père d'ALI demande à ce dernier qui fait la troisième de lui déterminer l'aire de cette maison après avoir enlevé la toiture.

Comment Ali doit-il procéder ?

**<u>Activité d'apprentissage :</u>**

On considère un cône de révolution de rayon de base R, de sommet S et de hauteur SO. On coupe le cône par un plan parallèle à sa base passant par M. On donne SA=5cm SM=2cm et SO=4cm. (voir figure ci-dessous)

1) Calculer le rayon R.
2) Calculer l'aire du disque de base el celle de la section de ce cône.
3) Exprimer l'aire du disque de base en fonction de celle de la section.

**<u>Résumé :</u>**

Soit un cône de révolution de sommet S. Un cercle (C°) de centre O° est une réduction du cercle délimitant la base du cône obtenue en sectionnant le cône par un plan parallèle à sa base. Soit A un point du cercle de centre O, délimitant la base du cône et A° le point de (C°) appartenant au segment (SA).

Le coefficient de réduction noté k est :

**K= SO°/SO=SA°/SA=O°A°/OA**

**<u>Propriété :</u>**

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k, les longueurs sont multipliées par les aires sont multipliées par $K^2$ et les volumes sont multipliés par $K^3$.

**<u>Exercice d'application :</u>**

En considérant le cône de l'activité d'apprentissage donnée ci haut, répondre aux questions suivantes :

1) Calculer le coefficient de réduction.
2) Calculer SO°.
3) Calculer le volume V1 du cône En déduire le volume V2 du petit cône. En déduire le volume V3 du troc de cône.

# MODULE 15 : CONFIGURATION ET TRANSFORMATION DU PLAN

***Leçon :*** *Homothéties*

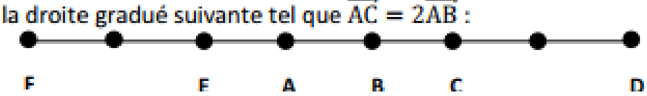
**Objectif pédagogiques :**

- Utiliser une homothétie pour agrandir ou réduire une figure simple (triangle, rectangle ……)
- Construire l'image d'un point par une homothétie.

**Durée** : *2 heures*

**Activité Pédagogique**

Soit la droite gradué suivante tel que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$ :




1) Recopie et complète les égalités vectorielle par les nombres réels .

a)$\overrightarrow{AD}$=……$\overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{AB}$=……$\overrightarrow{AC}$ c) $\overrightarrow{EC}$=……$\overrightarrow{EA}$ d) $\overrightarrow{EA}$=……$\overrightarrow{FA}$

2) L'égalité vectorielle $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$ peut se traduire par la phrase ≪ C est l'image de B par l'homothétie de centre A et de rapport 2 ≫ (le centre est le point qui se répète dans les deux vecteurs) ;traduis les égalité vectorielles par les phrases semblables.

a) $\overrightarrow{FE}$= 2 $\overrightarrow{EA}$ b) $\overrightarrow{BC}$=$\frac{1}{3}$ $\overrightarrow{BD}$

**I-Définition**

Soit O un point du plan et k un nombre réel différent de 0 .L'égalité vectorielle $\overrightarrow{ON}$= $k\overrightarrow{OM}$ signifie que N est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k.

Si O est le centre d'une homothétie de rapport k alors son image est toujours le point O.

**Exemple d'application 1**

1) Soit deux point du plan O et M tel que OM=2 cm .Construire dans chacun des cas l'image M' de M par l'homothétie de centre O et de rapport k :

a) k=3

b) k=$\frac{1}{2}$

2) ABC est un triangle quelconque, N est le milieu de $[AB]$ et M le milieu de $[AC]$.

a)Faire la figure

b) Recopier et compléter le tableau :

| h | |
|---|---|
| A | ……. |
| N | ……… |
| M | ………… |

c)Traduis par une égalité vectorielle : ≪ M est l'image de C par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$ ≫.

**II-Propriétés**

$P_1$) Une homothétie de rapport k multiplie les longueurs par k.

-Si k > 1 alors cette homothétie agrandi la longueur initiale

-Si $0 < k < 1$ alors cette homothétie réduit la longueur initiale.

$P_2$) Une homothétie de rapport k multiplie les aires par $k^2$ . $A' = A \times k^2$

$P_3$)Une homothétie transforme un segment en un segment de support parallèle à celui du premier, une droite en une droite parallèle à la droite initiale, un triangle en un triangle semblable .

**Exemple d'application 2**

ABC est un triangle équilatéral de coté 4 cm. Le pont H est le milieu du coté $[BC]$.On donne AH= $2\sqrt{3}$ cm.

1-a)Faire la figure.

b) Calculer l'aire du triangle ABC.

2) On désigne par h l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$ et le triangle AB'C' est l'image du triangle ABC par h.

a) Construire les points B' et C'.

b) Montrer que le triangle AB'C' est équilatérale et calculer son aire.