

MECANIQUE APPLIQUEE

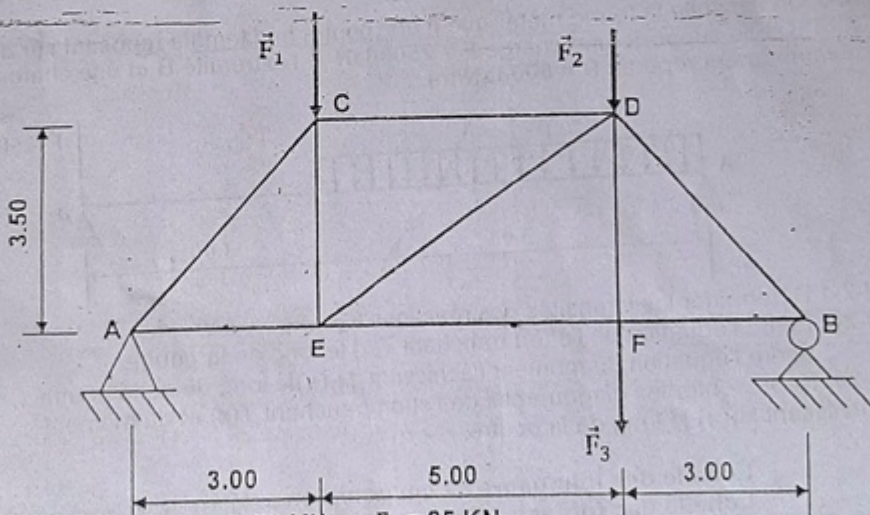
DOCUMENTS ET MOYENS DE CALCULS AUTORISES

- Aucun document en dehors de ceux remis aux candidats par les examinateurs n'est autorisé
- Les calculatrices scientifiques non programmables
- Nombre de parties : 03 parties indépendantes
- L'épreuve comporte 4 pages, de la page 1 sur 4 à la page 4 sur 4
- L'épreuve est notée sur 20

SUJET : ETUDE D'UNE FERME METALLIQUE

A- PRESENTATION :

Le schéma ci-dessous représente une ferme métallique de charpente d'une usine. Cette ferme est considérée de poids négligeable. La ferme s'appuie au point B sans frottement et est sur appui simple en A. Cette ferme est soumise aux charges \vec{F}_1 , \vec{F}_2 et \vec{F}_3 appliquées respectivement en C, D et F. On considère que le système de forces est coplanaire.



On donne : $F_1 = 25 \text{ KN}$; $F_2 = 20 \text{ KN}$; $F_3 = 25 \text{ KN}$

I- PREMIERE PARTIE : STATIQUE

/ 8 Points

I-1 Statique analytique :

On se propose d'étudier l'équilibre de la ferme.

I-1-1 Isoler la ferme et faire le bilan des forces selon le tableau suivant :

1pt

| Forces extérieures | Point d'application | Direction | Sens | Intensité |
|--------------------|---------------------|-----------|------|-----------|
| | | | | |
| | | | | |

I-1-2 Écrire les équations d'équilibre et déterminer les intensités des réactions \vec{R}_A en A et \vec{R}_B en B. 1,5 pt

I-1-3 Par la méthode de RITTER déterminer l'intensité et la nature des efforts dans les barres AC et AE. 1,5 pt

I-2 Statique graphique :

I-2-1 Sur la feuille réponse de la page 4 sur 4 Construire l'épure de CREMONA. (Echelle des forces : 1 cm pour 5 kN). 2 pts

I-2-2 Déterminer l'intensité et la nature des efforts dans les barres AE, AC, ED et DB. 2 pts

II- DEUXIEME PARTIE : RESISTANCE DES MATERIAUX / 8 Points

II-1 On suppose que la barre AC est en bois, de section rectangulaire $b \times h$ avec $h = 2b$. Ce bois a une limite élastique $R_0 = 25 \text{ daN/cm}^2$, un module de Young $E = 600 \text{ N/mm}^2$ et un coefficient de sécurité $s = 2$.

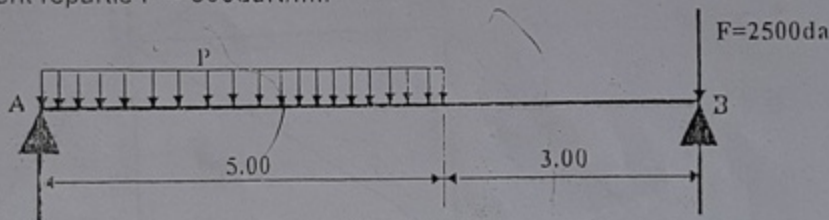
On considère que l'action dans la barre AC a une intensité de 4100 daN

II-1-1 Déterminer la section minimale de la barre AC. 0,75 pt

II-1-2 Sachant les dimensions normalisées d'équarrissage du bois sont les multiples de 5 cm, choisir la section normalisée d'équarrissage adéquate. 0,25 pt

II-1-3 En considérant la section d'équarrissage de la question II-1-2, Calculer le raccourcissement de la barre AC. 1 pt

II-2 On assimile la ferme métallique à une poutre horizontale reposant sur deux appuis en A et B. Elle supporte une charge $F = 2500 \text{ daN}$ à l'extrémité B et une charge uniformément répartie $P = 800 \text{ daN/ml}$.



II-2-1 Déterminer les intensités des réactions \vec{R}_A et \vec{R}_B . 1 pt

II-2-2 Écrire l'équation de l'effort tranchant $T(x)$ le long de la poutre. 1,5 pt

II-2-3 Écrire l'équation du moment fléchissant $M_f(x)$ le long de cette poutre. 1,5 pt

II-2-4 Représenter les diagrammes de l'effort tranchant $T(x)$ et du moment fléchissant $M_f(x)$ le long de la poutre. 2 pts

Échelle des longueurs : 2 cm pour 1 m ;

Échelle des forces : 1 cm pour 500 daN ;

Échelle des moments : 1 cm pour 1000 m.daN.

I-1-2) Écrivons les équations d'équilibre et déterminons R_A et R_B

III- TROISIEME PARTIE : CINEMATIQUE DU POINT

/ 4 Points

La livraison du gravier dans un chantier se fait à l'aide d'un camion à benne relevable dont la vitesse du en charge est de 75 km/h et celle à vide est de 60 km/h. Ce camion plein part de la carrière à 7h30 mn pour le chantier. Le responsable de la carrière se rend compte que le conducteur a oublié sa facture. Il se lance à sa poursuite 15 mn après le départ. Du camion, avec un véhicule roulant à 90 km/h. La distance du chantier à la carrière est de 180 km. On considère que :

- Le camion et le véhicule sont des points matériels,
- L'origine des espaces est la carrière ;
- L'origine du temps est l'instant où le camion est parti.

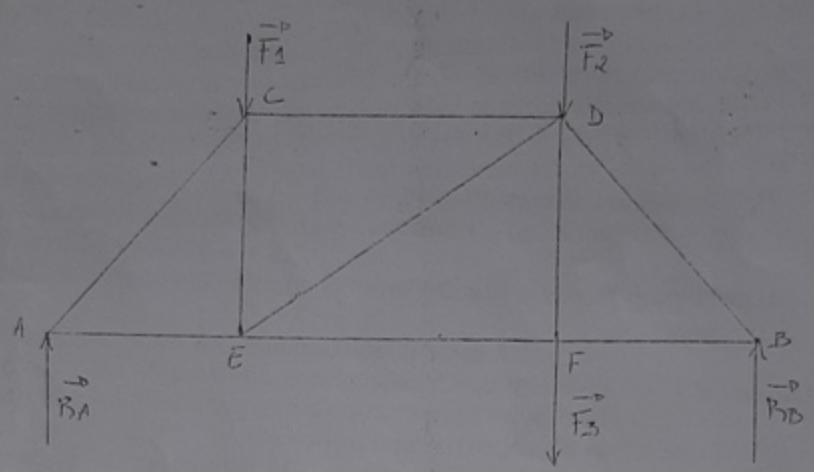
- III-1 Donner les expressions des équations horaires du camion et du véhicule. 1pt
- III-2 Déterminer l'heure à laquelle le véhicule va rattraper le camion. 1pt
- III-3 Déterminer la distance parcourue par le véhicule pour rattraper le camion. 1pt
- III-4 On suppose que la transmission de la facture s'est faite sans arrêt et sans changement des données des déplacements des engins. Déterminer l'heure à laquelle le camion arrive au chantier. 1pt

Force
F₁
F₂
F₃
R
R

Page 3 sur 4

Feuille réponse

N° d'anonymat :



PERSPECTIVES APRES LE BTS

des

te

unoh

CORRECTION DU PROBATOIRE 2018

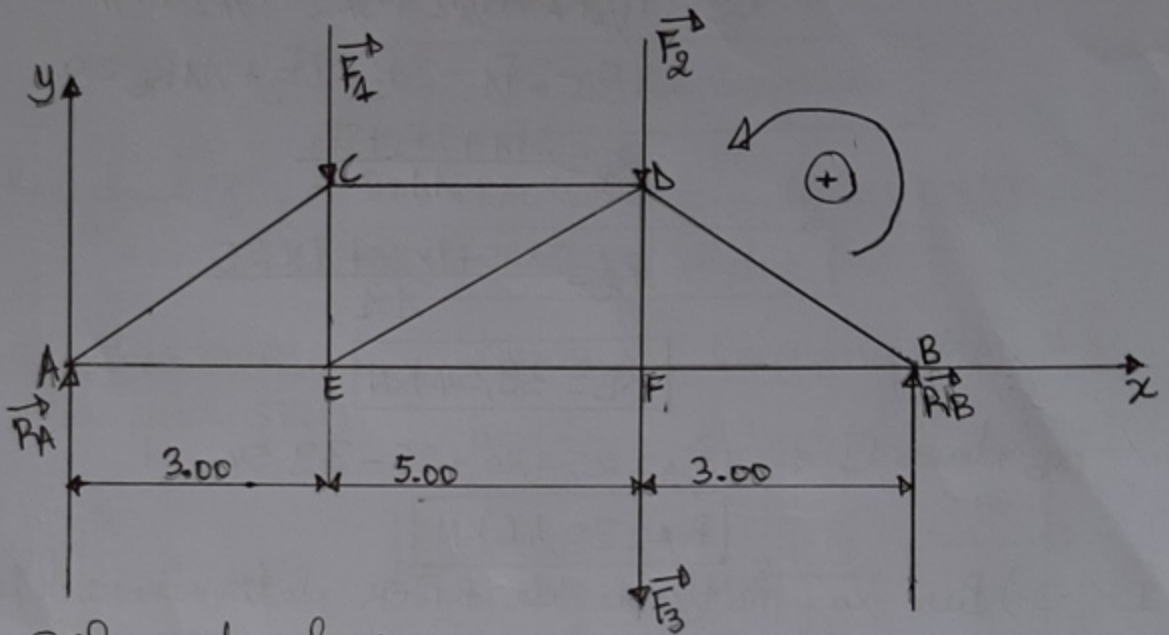
I-) PREMIERE PARTIE : STATIQUE

(1)

I-1) Statique Analytique

Mr NOUKAN

I-1-1) Isolons la ferme puis faisons le bilan des forces selon le tableau suivant:



Bilan des forces

| Forces extérieures | Point d'application | Direction | Sens | Intensité |
|--------------------|---------------------|-----------|-----------------|-----------|
| F_1 | C | V | ↓ Haut vers bas | 25 KN |
| F_2 | D | V | ↓ Haut vers bas | 20 KN |
| F_3 | F | V | ↓ Haut vers bas | 25 KN |
| R_A | A | V | ↑ bas vers Haut | - ? |
| R_B | B | V | ↑ bas vers Haut | - ? |

V = Verticale

I-1-2) Ecrivons les équations d'équilibre et déterminons R_A et R_B

D'après le PFS: $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ (1)

$\sum M_A \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ (2)

(2)

Par projection: (1) / AX: $0 = 0$

(1) / AY: $R_A - F_1 - F_2 - F_3 + R_B = 0$

$R_A + R_B = F_1 + F_2 + F_3$ (3)

(2): $M_A R_A + M_A F_1 + M_A F_2 + M_A F_3 + M_A R_B = 0$

$0 - 3F_1 - 8F_2 - 8F_3 + MR_B = 0$

$R_B = \frac{3F_1 + 8F_2 + 8F_3}{11}$

$R_B = \frac{3 \times 25 + 8 \times 20 + 8 \times 25}{11}$

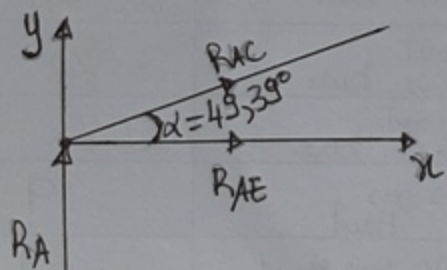
$R_B = 39,54 \text{ KN}$

R_B dans (3) $\Leftrightarrow R_A = 25 + 20 + 25 - 39,54$

$R_A = 30,46 \text{ KN}$

I-1-3-) Par la méthode de RITTER déterminons l'intensité et la nature des efforts dans les barres AC et AE:

* Isolons le système:



* déterminons l'angle α :

$\text{tg } \alpha = \frac{3,5}{3} = 1,16$

$\alpha = \text{tg}^{-1} 1,16 = 49,39^\circ$

* bilan des forces

(3)

$$R_A \begin{matrix} \circ \\ \circ \end{matrix} ; R_{AE} \begin{matrix} | \\ \circ \end{matrix} ; R_{AC} \begin{matrix} | \\ -R_{AC} \cos \alpha \\ -R_{AC} \sin \alpha \end{matrix}$$

* Projections: $\begin{cases} \text{IAX: } R_{AE} - R_{AC} \cos \alpha = 0 & (1) \\ \text{IAY: } R_A - R_{AC} \sin \alpha = 0 & (2) \end{cases}$

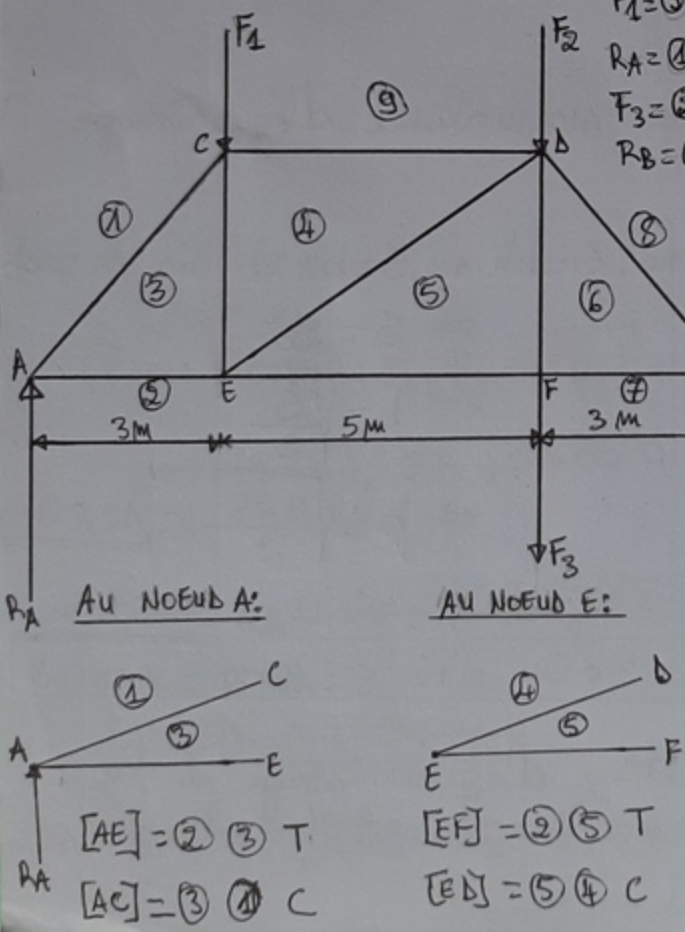
dans (2) on a: $R_{AC} = \frac{R_A}{\sin \alpha} = \frac{30,46}{\sin(49,39^\circ)}$

$$R_{AC} = 40,12 \text{ KN compressive}$$

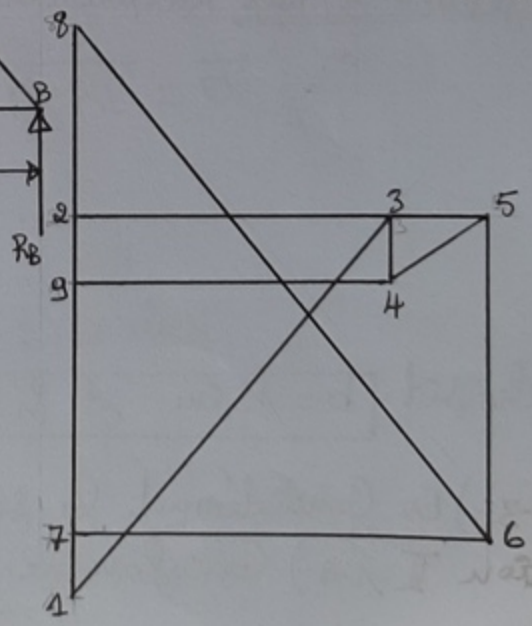
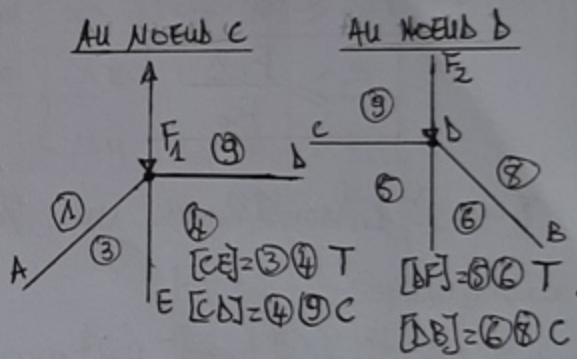
RAC dans (1) $\Rightarrow R_{AE} = R_{AC} \cos \alpha = 40,12 \cos 49,39^\circ$

$$R_{AE} = 26,11 \text{ KN tendue}$$

I-2-1-) Construisons l'épure de membrane (ech des forces 1cm pour 5KN)



- F₂ = (3) (9)
- F₁ = (3) (4)
- R_A = (1) (2)
- F₃ = (2) (7)
- R_B = (7) (8)



-A-II
narkump

| barres | Intensité | Nature |
|--------|-----------|--------|
| AC | 39 KN | C |
| ED | 9,5 KN | C |
| DB | 52 KN | C |
| AE | 25 KN | T |

④

II - Deuxième Partie RDM

II-1-1) déterminons la section minimale de la barre AC

$$\text{ou } \sigma = \frac{F}{S} = E \times \frac{\Delta l}{l_0} \leq \sigma_{pe} = \frac{R_e}{\gamma}$$

$$\Leftrightarrow \frac{F}{S} \leq \frac{R_e}{\gamma} \quad \text{AN: } S \geq \frac{4100 \times 2}{25} = 328 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow F \cdot \gamma \leq R_e \cdot S$$

$$S \geq \frac{F \cdot \gamma}{R_e}$$

$$\underline{\underline{S = 328 \text{ cm}^2}}$$

II-1-2) Choisissons une section normalisée d'équarrissage adéquate:

La section d'apuit rectangulaire: $S = bh \Leftrightarrow S = b \times 2b$ car $h = 2b$

$$\Leftrightarrow S = 2b^2$$

$$\Leftrightarrow b = \sqrt{\frac{S}{2}}$$

$$\Leftrightarrow b = \sqrt{\frac{328}{2}} = \underline{\underline{12,8 \text{ cm}}}$$

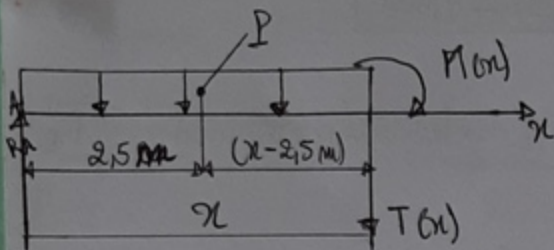
$$\text{et } h = 2 \times 12,8 = \underline{\underline{25,6 \text{ cm}}}$$

On choisit $b = 15 \text{ cm}$ et $h = 30 \text{ cm}$ d'où $S = 15 \times 30 = 450 \text{ cm}^2$

II-1-3-) En considérant la section d'équarrissage de la question II-1-2) Calculons le raccourcissement de la barre AC:

II-2-2-) Ecrivons l'équation de l'effort tranchant $T(x)$ le long de la poutre: (6)

1^{ère} coupe $x \in [0, 5\text{m}]$



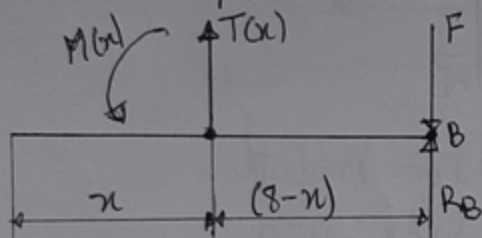
$$T(x) - R_A + P \cdot x = 0$$

$$T(x) = -P \cdot x + R_A$$

$$T(x) = -800x + 2750$$

| | | |
|--------|--------|---------|
| x | 0 | 5 |
| $T(x)$ | 2750 N | -1250 N |

2^{ème} coupe $x \in [5, 8]$



$$T(x) + R_B - F = 0$$

$$T(x) = F - R_B$$

$$T(x) = 2500 - 3750$$

$$T(x) = -1250 \text{ daN}$$

| | | |
|--------|-----------|-----------|
| x | 5 | 8 |
| $T(x)$ | -1250 daN | -1250 daN |

II-2-3-) Ecrivons les équations de $M(x)$ le long de la poutre:

1^{ère} coupe:

$$M(x) + R_A x - \frac{P x^2}{2} = 0$$

$$M(x) = \frac{P x^2}{2} - R_A x$$

$$M(x) = \frac{800 x^2}{2} - 2750 x$$

$$M(x) = 400 x^2 - 2750 x$$

| | | |
|--------|---|-------------|
| x | 0 | 5 |
| $M(x)$ | 0 | -3750 daN.m |

2^{ème} coupe:

$$M(x) - F(8-x) + R_B(8-x) = 0$$

$$M(x) = F(8-x) - R_B(8-x)$$

$$M(x) = 2500(8-x) - 3750(8-x)$$

| | | |
|--------|-------------|---|
| x | 5 | 8 |
| $M(x)$ | -3750 daN.m | 0 |

On constate que l'effort tranchant change de signe dans la 1^{ère} coupe où $T(x) = 0 \Rightarrow$

$$-800x + 2750 = 0 \quad (7)$$

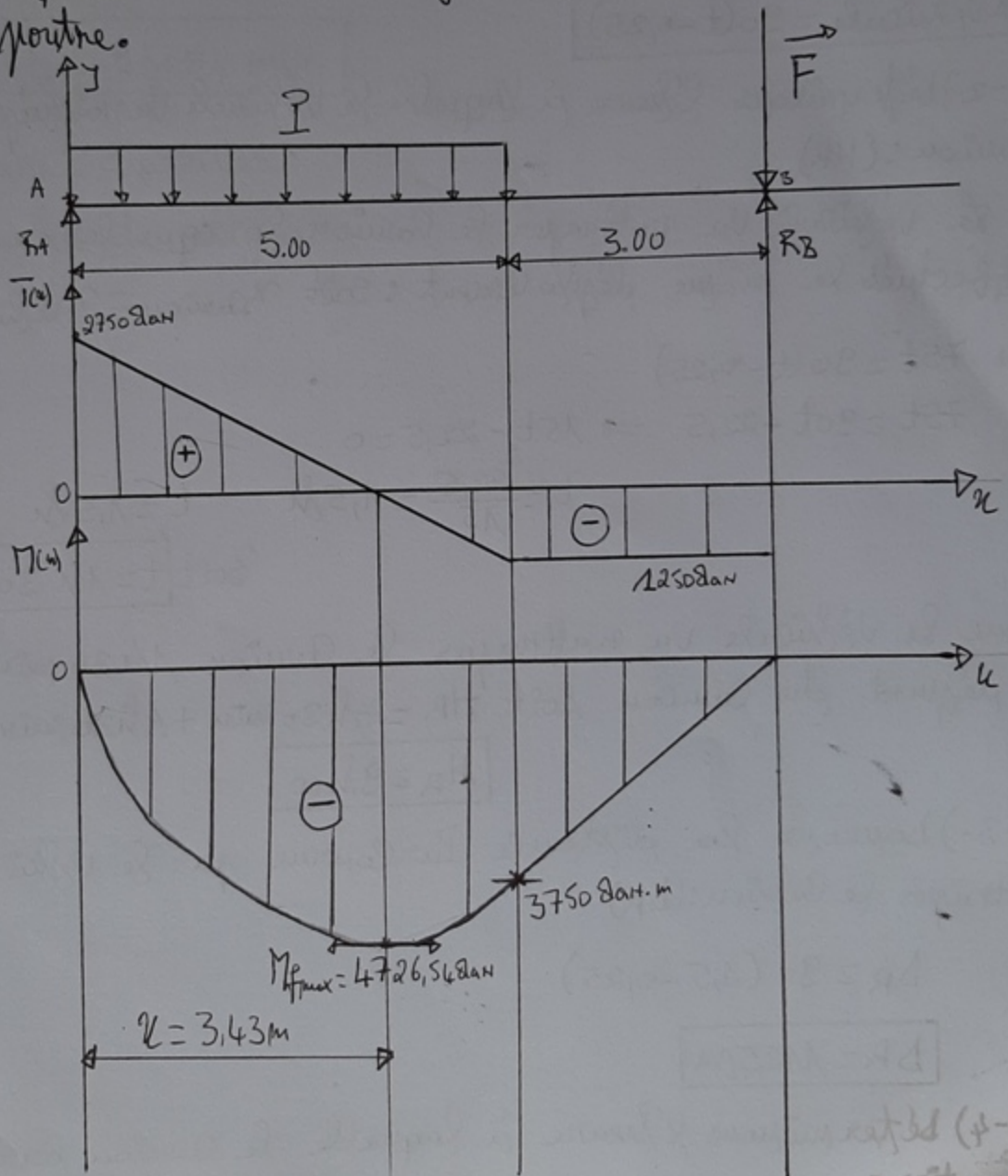
$$x = \frac{2750}{800} = 3,43$$

$$M_{f, \max} = M(3,43)$$

$$M_{f, \max} = 400(3,43^2) - 2750(3,43)$$

$$\underline{M_{f, \max} = -4726,54 \text{ daN}\cdot\text{m}}$$

II-2-4) Représentons le diagramme de $T(x)$ et $M(x)$ le long de la poutre.



TROISIEME PARTIE: CINEMATIQUE DU POINT

⑧

III-1) Donnons l'expression des équations du camion et du véhicule:

$$x_{\text{Camion}} = V_0 t + x_0 \quad \text{avec } V_0 = 75 \text{ km/h} \quad \text{et } x_0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x_{\text{Camion}} = 75t}$$

$$x_{\text{Vehicule}} = V_0 (t - 0,25) + x_0 \quad \text{avec: } \begin{cases} x_0 = 0 \\ V_0 = 90 \text{ km/h} \\ 15 \text{ min} = 0,25 \text{ h} \end{cases}$$

$$\boxed{x_{\text{Vehicule}} = 90(t - 0,25)}$$

III-2) Déterminons l'heure à laquelle le véhicule va rattraper le camion: (HR)

Le véhicule va rattraper le camion lorsque les deux auront effectué le même déplacement: soit $x_{\text{Camion}} = x_{\text{Vehicule}}$.

$$\Leftrightarrow 75t = 90(t - 0,25)$$

$$75t = 90t - 22,5 \Rightarrow 15t - 22,5 = 0$$

$$t = \frac{22,5}{15} = 1,5 \text{ h} \quad t = 1,5 \text{ h}$$

$$\text{soit } \boxed{t = 1 \text{ h } 30 \text{ min}}$$

Donc le véhicule va rattraper le camion 1h30 min après le départ du camion soit HR = 7h30 min + 1h30 min

$$\boxed{HR = 9 \text{ h } 00}$$

III-3) Donnons la distance parcourue par le véhicule pour rattraper le camion: (DR)

$$DR = 90(1,5 - 0,25)$$

$$\boxed{DR = 112,5 \text{ m}}$$

III-4) Déterminons l'heure à laquelle le camion arrive au chantier:

$$x_{\text{camion}} = v_0 t$$

(9)

$$t = \frac{x_{\text{camion}}}{v_0} = \frac{180 \text{ km}}{75 \text{ km/h}} = 2,4 \text{ h}$$

$$t = 2 \text{ h} + 0,4 \text{ h} \text{ avec } 0,4 \text{ h} = 24 \text{ min}$$

$$\text{d'où } H_A = H_D + 2 \text{ h } 24 \text{ min}$$

$$\text{soit } H_A = 7 \text{ h } 30 \text{ min} + 2 \text{ h } 24 \text{ min}$$

$$\boxed{H_A = 9 \text{ h } 54 \text{ min}}$$

H_A = Heure d'arrivée

H_D = Heure de départ.

$$\frac{F}{S} = E \times \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\Rightarrow F l_0 = S E \Delta l$$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{F l_0}{S E}$$

$$l_0 = \sqrt{3,5^2 + 3^2} = 4,6 \text{ m} \quad (5)$$

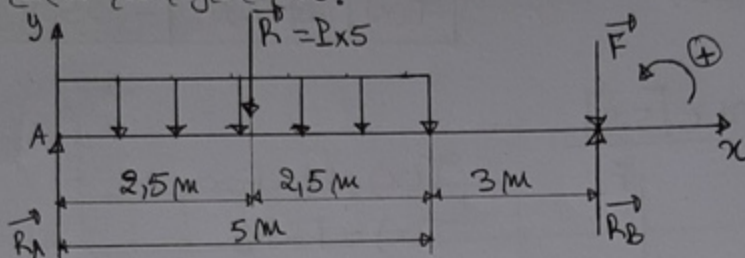
$$\text{d'où } \Delta l = \frac{41.000 \text{ N} \times 4,6 \text{ m}}{45.000 \text{ mm}^2 \times 600 \text{ N/mm}^2} = 6,98 \text{ mm}$$

$$\Delta l = 6,98 \approx 7 \text{ mm}$$

II-2-1-) déterminons les intensités des réactions \vec{R}_A et \vec{R}_B

* Isolons le système:

II
P



$$\text{* IFS: } \begin{cases} \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} & (1) \\ \sum M_{/B} \vec{F}_{ext} = 0 & (2) \end{cases}$$

* Par Projection

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} \sum X: 0 = 0 \\ \sum Y: R_A - R - F + R_B = 0 \end{cases}$$

$$R_A + R_B = R + F$$

$$R_B = R + F - R_A$$

$$\underline{R_B = 5 \times P + F - R_A} \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow M_{/B} R_A + M_{/B} R + M_{/B} F + M_{/B} R_B = 0$$

$$\Rightarrow -8R_A + 5,5R + 0 + 0 = 0$$

$$\Rightarrow 8R_A = 5,5R$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{5,5R}{8} = \frac{5,5 \times 800 \times 5}{8} = 2750 \text{ daN}$$

$$\underline{R_A = 2750 \text{ daN}}$$

$$R_A \text{ dans } (3) \Rightarrow R_B = 5 \times 800 + 2500 - 2750$$

$$\underline{R_B = 3750 \text{ daN}}$$