

Cours de : PHYSIQUE (Chapitre 8)

Classe : T^{le} C

Enseignant : M. Monkam Ybriss Joël.

Contacts : 695 44 34 47 // (WhatsApp : 679 39 88 93)

Email : ybrissjoelmonkam@yahoo.fr

CHAPITRE 8 : LES ONDES MECANIQUES.

Objectifs :

- Définir une onde et la caractériser.
- Décrire et interpréter le phénomène d'interférence mécanique.

1. Les signaux.

Définition.

Un signal ou ébranlement, est un mouvement périodique rapide pouvant se propager dans des milieux matériels élastiques (milieu qui a la propriété de reprendre sa forme initiale après avoir subit une déformation).

types de signaux.

On distingue trois types de signaux à savoir les signaux de torsion, les signaux transversaux et les signaux longitudinaux, toute fois nous intéresserons au deux derniers.

Signaux transversaux.

Un signal transversal est un signal dans lequel la direction de déformation est perpendiculaire à la direction de propagation du signal Ex : ébranlement le long d'une corde ou à la surface d'un liquide.

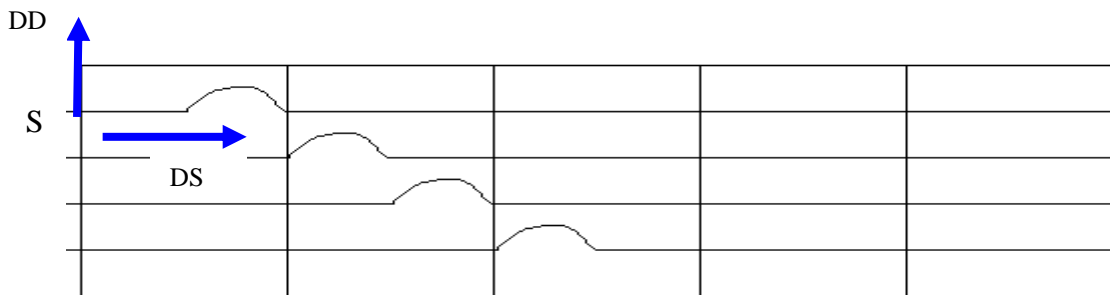
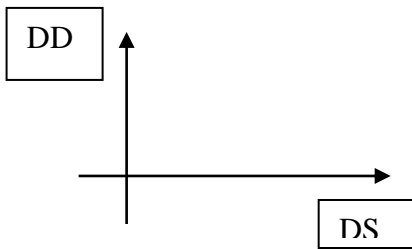


Figure 2



DD : Direction de déformation ; DS : Direction du signal.

les signaux longitudinaux.

Un signal longitudinal est un signal dans le quel la direction de déformation est parallèle à celle de propagation Ex : Le signal se propageant le long d'un ressort.



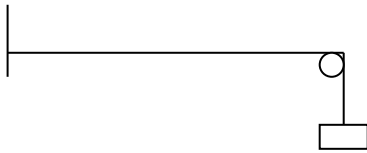
Remarque :

- La propagation d'un signal nécessite un milieu élastique.
- La propagation d'un signal se fait sans transfert de matière mais avec transfert d'énergie, énergie fournie par la source du signal.

Les signaux qui se comportent ainsi sont appelés ondes mécaniques, ils se propagent à vitesse constante appelé célérité (C). Si l'ébranlement met un temps θ pour atteindre un point N de la corde (N situé à une distance x de la source S), la célérité est donnée par $C = x/\theta$.

La célérité dépend du milieu de propagation et plus particulièrement de son élasticité et de son inertie. Pour une corde sans raideur (corde inélastique), la célérité est donnée par la relation $C = \sqrt{T/\mu}$ où $T(N)$ représente la tension de la corde et $\mu(kg/m)$ représente la masse linéique ou linéaire de la corde.

Application : Déterminer la vitesse de propagation d'un signal sur une corde de longueur 30cm et de masse 5g sachant qu'à une de ses extrémité est accroché un objet de 100g.



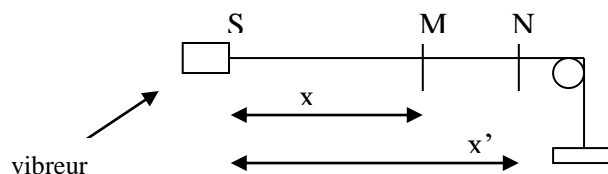
2. Propagation d'une onde mécanique.

2.1 Définition :

Une onde mécanique est la propagation d'une perturbation dans un milieu élastique sans transport de matière.

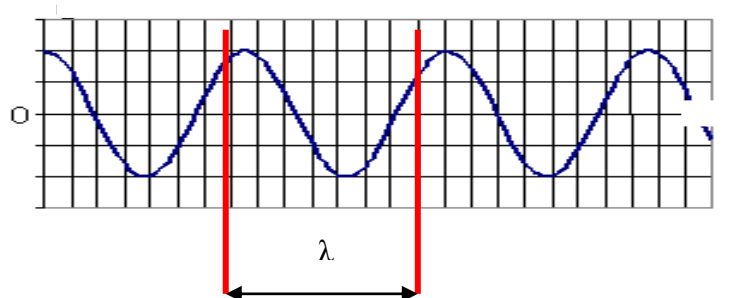
2.2 Propagation d'une onde le long d'une corde.

A l'extrémité (S) d'une corde, fixons la lame d'un vibreur, l'autre extrémité reposant sur un tampon d'ouate (exemple l'éponge) pour éviter toute réflexion.

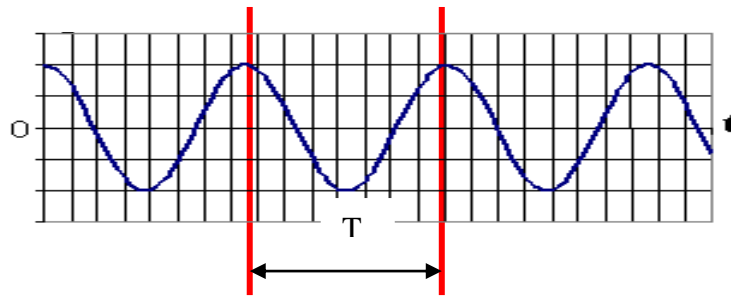


L'éclairage du dispositif à un instant donné t à l'aide d'un stroboscope réglé à la fréquence du vibreur nous montre une corde immobile. Elle présente l'aspect d'une sinusoïde dont la période est une longueur appelé longueur d'onde noté (λ) on parle de sinusoïde d'espace.

On appelle longueur d'onde la distance parcourue par l'onde pendant une période T .



La représentation d'un point quelconque de la corde en fonction du temps montre une sinusoïde de temps, de même amplitude que la sinusoïde espace.



On a donc la relation : $C = \lambda/T \leftrightarrow \lambda = CT = C/f$ car $f=1/T$.

2.2.1 Equation de propagation d'une onde périodique sinusoïdale.

L'extrémité (S) de la corde étant fixé au vibreur leurs mouvements sont identiques. L'équation de ce mouvement est de la forme $Y_s = a \sin(\omega t + \rho_0)$. Si à l'instant initial la lame du vibreur passe par sa position d'équilibre avec une vitesse positive, nous aurons.

$$y_s(0) = a \sin \rho_0 \quad (1)$$

$$\dot{y}_s(0) = a \omega \cos \rho_0 > 0 \quad (2)$$

$$(1) : \sin \rho_0 = 0 \leftrightarrow \rho_0 = 0 \text{ ou } \rho_0 = \pi \text{ (valeur à éliminer)}$$

L'équation du mouvement de la source sera donc :

$$Y_s(t) = a \sin(\omega t)$$

Considérons un point M de la corde situé à une distance x de la source. Le mouvement de M à l'instant t est identique à celui qu'avait la source à l'instant θ .

$$Y_M(t, x) = Y_s(t - \theta) = a \sin[\omega(t - \theta)] = a \sin[\omega t - \omega \theta] \text{ or } \omega = 2\pi/T \text{ et } \theta = x/C \text{ d'où } \omega \theta = 2\pi x / TC \text{ or } \lambda = TC \text{ d'où :}$$

$$Y_M(t, x) = a \sin[\omega t - 2\pi x / \lambda].$$

L'équation de vibration de M est fonction de x et t, on parle de la double périodicité du phénomène.

2.2.2 Etat vibratoire de deux points.

Considérons deux points M et N de la corde d'abscisses respectifs d_1 et d_2 , l'équation de chacun des point est donnée par :

$$Y_M(t, x) = a \sin[\omega t - 2\pi d_1 / \lambda].$$

$$Y_N(t, x) = a \sin[\omega t - 2\pi d_2 / \lambda].$$

A $t = 0$, $\rho_1 = 2\pi d_1 / \lambda$, $\rho_2 = 2\pi d_2 / \lambda$, La différence de phase entre les points M et N est donnée par la relation

$$\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1 = 2\pi d_2 / \lambda - 2\pi d_1 / \lambda = 2\pi(d_2 - d_1) / \lambda.$$

$$\Delta\rho = 2\pi(\mathbf{d}_2 - \mathbf{d}_1) / \lambda.$$

- Si les deux points vibrent en phase, $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = 2\pi(\mathbf{d}_2 - \mathbf{d}_1) / \lambda = 2k\pi$, où

$$(\mathbf{d}_2 - \mathbf{d}_1) = k \lambda \quad (k \in \mathbf{Z}).$$

- si les deux points vibrent en opposition de phase, $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = 2\pi(\mathbf{d}_2 - \mathbf{d}_1) / \lambda = (2k + 1)\pi$

$$(\mathbf{d}_2 - \mathbf{d}_1) = (2k + 1) \lambda / 2. \quad (k \in \mathbf{Z}).$$

- Si les deux points vibrent en quadrature, $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = 2\pi(\mathbf{d}_2 - \mathbf{d}_1) / \lambda = (2k + \lambda / 2) = (2k+1)\pi/2$

$$(\mathbf{d}_2 - \mathbf{d}_1) = (2k + 1) \lambda / 4. \quad (k \in \mathbf{Z}).$$

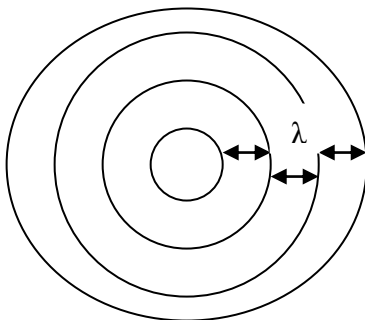
Remarque :

- la différence $\mathbf{d}_2 - \mathbf{d}_1$ notée δ est appelé différence de marche.
- L'ordre d'interférence noté p est donné par $p = \delta / \lambda = \mathbf{d}_2 - \mathbf{d}_1 / \lambda$.
- On appelle vecteur d'onde noté \vec{K} un vecteur de même direction et de même sens que la propagation, il est donné par la relation

$$\vec{K} = 2\pi\vec{1} / \lambda.$$

2.3 Propagation d'une onde à la surface d'un liquide.

À la surface libre d'un liquide effleuré par une pointe fixée à une lame à un vibreur en un point o , on observe en éclairage stroboscopique, des rides concentriques circulaires centrées en o et équidistantes d'une longueur λ les une les autres.



3. Superposition des ondes progressives de faibles amplitudes : Interférence mécanique. Définition.

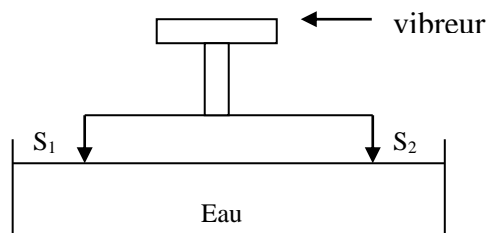
On appelle interférence mécanique la superposition en un même point d'un milieu homogène de propagation de deux vibrations de même nature et de même période se propageant en sens contraire. Pour obtenir ses interférences, les sources à l'origine de deux ondes doivent être :

- **Synchrones : Elles vibrent à la même fréquence (même période).**

- **Cohérentes : Leur différence de phase est constante.**

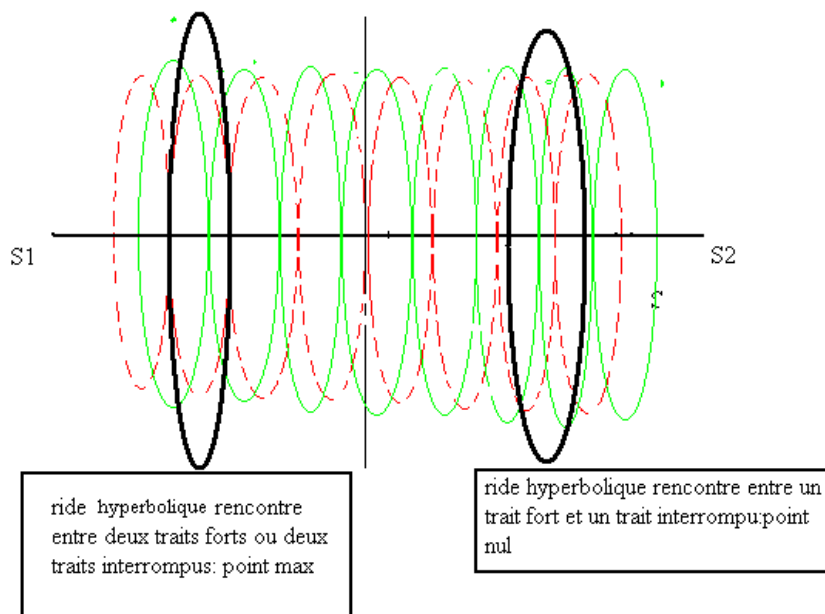
Dispositif expérimental.

Le dispositif expérimental est une cuve à onde. Une fourche portant à ses extrémités deux points symétriques S_1 et S_2 est adaptée au vibreur (source principale). Le mouvement du vibreur est transmis aux deux sources S_1 et S_2 qui sont alors **synchrones et cohérentes**.



Observation.

Le vibreur étant mis en mouvement, on observe à l'aide d'un stroboscope, des rides ayant la forme d'arc hyperbolique, symétriques de foyers S_1 et S_2 : Ce sont des franges d'interférences. Elles ne sont observables que dans une zone bien précise appelé **champ d'interférence**.



On peut distinguer :

- les franges sombres, l'eau paraît immobile.
- Les franges claires : L'eau est animée de mouvement vibratoire très rapide.

Remarque :

Les franges d'interférences disparaissent lorsque l'une des pointes cesse de toucher le liquide.

Interprétation.

Principe de superposition.

Lorsque plusieurs ondes de faible amplitude se propagent dans la même direction, dans un même milieu, l'élongation résultante est égale à la somme algébrique de chacune des ondes. Considérons un point M du champ d'interférence précédent. Soit Y_{S_1} et Y_{S_2} les élongations issues des sources S_1 et S_2 . Ces élongations se superposent en M et l'élongation résultante Y_M à l'instant t est la résultante de Y_{S_1} et Y_{S_2} tel que :

$$Y_M(t) = Y_{S_1}^M(t) + Y_{S_2}^M(t).$$

Supposons que des sources S_1 et S_2 partent des ondes dont les élongations sont respectivement :

$$Y_{S_1}(t) = a \sin(\omega t + \rho_1) \text{ et}$$

$$Y_{S_2}(t) = a \sin(\omega t + \rho_2).$$

Déterminons l'équation de vibration du point M situé à une distance d_1 de S_1 et d_2 de S_2 , sachant que M reproduit le mouvement de S_1 avec un retard θ_1 et celui de S_2 avec un retard θ_2 , on a :

$$\text{On a : } Y_M(t) = Y_{S_1}^M(t) + Y_{S_2}^M(t). \text{ or,}$$

$$Y_{S_1}^M(t) = a \sin[\omega(t - \theta_1) + \rho_1] = a \sin[\omega t - \omega \theta_1 + \rho_1] = a \sin(\omega t - 2\pi d_1/\lambda + \rho_1). \text{ (1) et}$$

$$Y_{S_2}^M(t) = a \sin[\omega(t - \theta_2) + \rho_2] = a \sin[\omega t - \omega \theta_2 + \rho_2] = a \sin(\omega t - 2\pi d_2/\lambda + \rho_2). \text{ (2).}$$

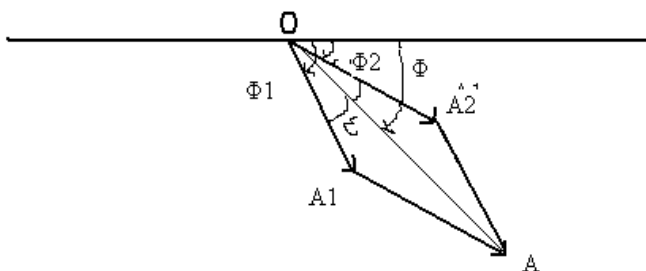
D'après le théorème de Fourier, $Y_M(t)$ est de la forme :

$$Y_M(t) = A \sin(\omega t + \Phi).$$

Aux fonctions d'onde $Y_{S_1}^M$, $Y_{S_2}^M$ et Y_M , associons les vecteurs de Fresnel :

$$\begin{array}{ccc} \vec{OA}_1 \left| \begin{array}{l} a \\ \Phi_1 = -2\pi d_1/\lambda + \rho_1 \end{array} \right. & \vec{OA}_2 \left| \begin{array}{l} a \\ \Phi_2 = -2\pi d_2/\lambda + \rho_2 \end{array} \right. & \vec{OA} \left| \begin{array}{l} A = ? \\ \Phi = ? \end{array} \right. \end{array}$$

$$\vec{OA} = \vec{OA}_1 + \vec{OA}_2.$$



A = ?

$$A = OA = \sqrt{OA_1^2 + OA_2^2 + 2OA_1OA_2\cos(\widehat{OA_1,OA_2})} = \sqrt{a^2 + a^2 + 2a^2\cos(\widehat{OA_1,OA_2})}$$

$$OA = \sqrt{2a^2 + 2a^2\cos(\Phi_1 - \Phi_2)} = \sqrt{2a^2[1 + \cos(\Phi_1 - \Phi_2)]} \quad \text{or } [1 + \cos(\Phi_1 - \Phi_2)] = 2\cos^2[(\Phi_1 - \Phi_2)/2] \quad \text{d'ou}$$

$$OA = \sqrt{4a^2\cos^2[(\Phi_1 - \Phi_2)/2]} = 2a\cos[1/2[(-2\pi d_1/\lambda + \rho_1) - (-2\pi d_2/\lambda + \rho_2)]],$$

$$A = 2a\cos[\pi/\lambda(d_2 - d_1) + 1/2(\rho_1 - \rho_2)]$$

$$A = 2a\cos[\pi/\lambda(d_2 - d_1) + 1/2(\rho_1 - \rho_2)]$$

$\Phi = ?$ D'après la construction, $\Phi = \Phi_2 + \varepsilon$ or

$$\Phi_1 = \Phi_2 + 2\varepsilon \leftrightarrow \varepsilon = (\Phi_1 - \Phi_2)/2 \quad \text{d'ou } \Phi = \Phi_2 + (\Phi_1 - \Phi_2)/2, \quad \Phi = (\Phi_1 + \Phi_2)/2.$$

$$\Phi = 1/2[-2\pi d_1/\lambda + \rho_1 - 2\pi d_2/\lambda + \rho_2] = -\pi/\lambda(d_1 + d_2) + (\rho_2 + \rho_1)/2$$

$$\Phi = -\pi/\lambda(d_1 + d_2) + (\rho_2 + \rho_1)/2$$

On a alors :

$$Y_M(t) = 2a\cos[\pi/\lambda(d_2 - d_1) + 1/2(\rho_1 - \rho_2)]\sin[\omega t - \pi/\lambda(d_1 + d_2) + (\rho_2 + \rho_1)/2]$$

Les vibrations étant synchrones, $(\rho_1 - \rho_2) = 0$, nous avons :

$$A = 2a\cos\pi/\lambda(d_2 - d_1).$$

États vibratoires des points.

❖ Points d'amplitudes maximales (franges claires).

Si M est un point d'amplitude maximale, nous avons :

$$\cos\pi/\lambda(d_2 - d_1) = \pm 1 \leftrightarrow \pi/\lambda(d_2 - d_1) = k\pi \quad \leftrightarrow \quad (d_2 - d_1) = k\lambda \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}.$$

Un point situé dans le champ d'interférence est un point d'amplitude maximale ssi la différence de marche $\delta = k\lambda$ ou ssi l'ordre d'interférence $p = \delta/\lambda = k$ avec $k \in \mathbb{Z}$. Dans ce cas on parle **d'interférence constructive**.

❖ Points d'amplitudes nulles (franges sombres).

Si M est un point d'amplitude nulle, nous avons :

$$\cos\pi/\lambda(d_2 - d_1) = 0 \leftrightarrow \pi/\lambda(d_2 - d_1) = (2k + 1)\pi/2$$

$$\leftrightarrow \quad (d_2 - d_1) = (2k + 1)\lambda/2 \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}.$$

Un point situé dans le champ d'interférence est au repos (amplitude nulle) si $\delta = (d_2 - d_1) = (2k + 1)\lambda/2$ ou encore si $p = k + 1/2$.

Remarque :

Le nombre de point d'amplitude nulle ou d'amplitude maximale est limité car la différence de marche est toujours comprise entre $-S_1S_2 \leq \delta \leq S_1S_2$.

✚ Nombre de point d'amplitude nulle et leurs positions.

$$\delta = (2k + 1)\lambda/2 \text{ or } -S_1S_2 \leq \delta \leq S_1S_2.$$

$$-S_1S_2 \leq (2k + 1)\lambda/2 \leq S_1S_2 \leftrightarrow -2S_1S_2/\lambda \leq (2k + 1) \leq 2S_1S_2/\lambda$$

$$\leftrightarrow -2S_1S_2/\lambda \leq (2k + 1) \leq 2S_1S_2/\lambda \leftrightarrow \boxed{-S_1S_2/\lambda - 1/2 \leq k \leq S_1S_2/\lambda - 1/2.}$$

A chaque valeur de k correspond un point d'amplitude nulle. Leurs positions sont obtenues en résolvant le système :

$$\begin{cases} S_1M + S_2M = S_1S_2 \\ S_2M - S_1M = (2k + 1)\lambda/2 \end{cases}$$

✚ Nombre de point d'amplitude maximale et leurs positions.

$$\delta = k\lambda \text{ or } -S_1S_2 \leq \delta \leq S_1S_2.$$

$$-S_1S_2 \leq k\lambda \leq S_1S_2. \quad \leftrightarrow \quad \boxed{-S_1S_2/\lambda \leq k \leq S_1S_2/\lambda.}$$

A chaque valeur de k correspond un point d'amplitude maximale. Leurs positions sont obtenues en résolvant le système :

$$\begin{cases} S_1M + S_2M = S_1S_2 \\ S_2M - S_1M = k\lambda \end{cases}$$

Exercice d'application :

Un vibreur muni d'une fourche frappe la surface libre d'un liquide en deux points O_1 et O_2 , le vibreur est animé d'un mouvement sinusoïdal de fréquence 25Hz. la distance entre O_1O_2 est $d = 72\text{mm}$. Les ondes propagent à la surface du liquide avec une vitesse $c = 50\text{cm/s}$.

- 1- Qu'observe-t-on à la surface libre du liquide ? déduire la longueur d'onde λ de l'onde créée entre les deux points.
- 2- Rappeler la condition pour qu'un point à la surface libre du liquide soit :
-sur une ligne de vibration maximale.
-Sur une ligne de vibration nulle.
- 3- En déduire l'état vibratoire d'un point F situé à 17cm de O_2 et à 10cm de O_1 et d'un point D situé à 9cm de O_2 et à 5cm de O_1 .
- 4- Déterminer le nombre et la position des points de vibration maximale entre O_1O_2 , leur position sera donnée à partir de O_2 .

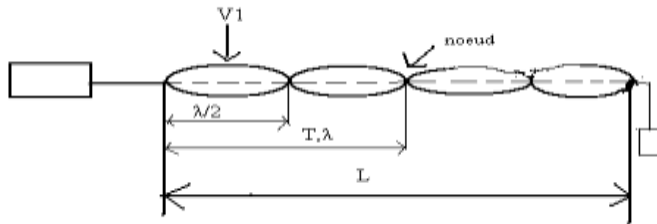
4. les ondes stationnaires.

Définition.

Une onde stationnaire est un cas particulier d'interférence résultant de la superposition de deux ondes progressives de même amplitude et de même fréquence, se propageant en sens contraire dans un même milieu.

Expérience.

Considérons une longue corde dont l'une de extrémité est fixé à la lame d'un vibreur et l'autre, passant par la gorge d'une poulie, soutient des masses marquées.

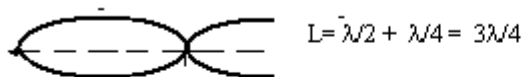


En éclairage normal, lorsque le vibreur fonctionne, la corde vibre très rapidement en présentant l'aspect de fuseau. Le nombre de fuseau variant avec la tension de la corde.

Les points immobiles qui constituent les extrémités des fuseaux sont appelées nœuds et, les points qui vibrent avec l'amplitude maximale sont appelés ventres.

Remarque.

- L'onde stationnaire ne peut s'établir dans le cas d'une extrémité fixe que si la longueur utile L de la corde est $L = n \lambda/2$, n étant le nombre de fuseaux observé.
- Il est possible de réaliser des ondes stationnaires en utilisant une corde dont l'extrémité est libre. dans ce cas, l'extrémité libre est un ventre et la longueur utile de la corde est donnée par :



$$L = (2n + 1) \lambda/4.$$

Interprétation

La superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchie en un point M situé à la distance x de l'extrémité permet d'établir l'équation de vibration de M tel que :

$$YM(t) = 2a \sin(2\pi x/\lambda) \sin(\omega t + \pi/2).$$

✚ Points d'amplitudes maximales : ventres.

M est un point d'amplitude maximale ssi $2a \sin(2\pi x/\lambda) = \pm 2a$ donc $\sin(2\pi x/\lambda) = \pm 1$

$$\leftrightarrow 2\pi x/\lambda = (2k + 1)\pi/2 \leftrightarrow \boxed{x = (2k + 1)\lambda/4 \text{ avec } k \in \mathbb{Z}.}$$

✚ Points d'amplitudes nulles : nœuds.

M est un point d'amplitude nulle ssi $\sin(2\pi x/\lambda) = 0 \leftrightarrow 2\pi x/\lambda = k\pi \leftrightarrow \boxed{x = k \lambda/2 \text{ avec } k \in \mathbb{Z}.}$