CENTRE EDUCATIF LE BON BERGER DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

ANNEE SCOLAIRE 2019/2020

CLASSE : GEL4 VOLUME HORAIRE SEMAINE : 2H COUR : MERCREDI 7H30-9H10

MODULE 13 : CONFIGURATION ET TRANSFORMATION ÉLÉMENTAIRE DU PLAN

CHAPITRE : EQUATIONS DU PREMIER DEGRE IR x IR ET EQUATIONS DE DROITE (suite du cour)

Leçon 2 : Vecteurs directeurs et coefficient directeur d'une droite.

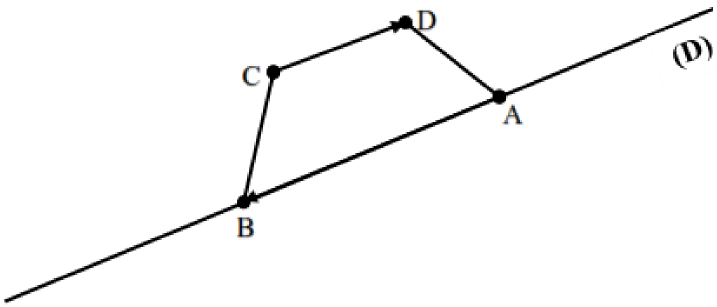
Objectifs pédagogiques :

- ✓ Déterminer un vecteur directeur d'une droite donnée par une équation cartésienne.
- ✓ Trouver le coefficient directeur, quand il existe, d'une droite donnée par une équation cartésienne.
- ✓ Vérifier si un point appartient ou non à une droite donnée par une équation cartésienne.

Motivation : En ingénierie la pente d'une droite ou encore son coefficient directeur est un nombre qui permet d'ajuster (en tenant compte de ce qui est prescrit par la norme) l'inclinaison d'un escalier, d'une route, etc…

Prérequis :

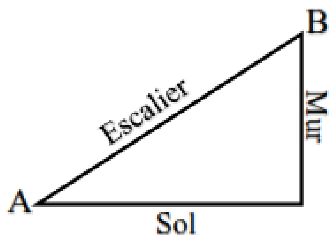
1. Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on donne A (2,1) ; B (-3,1). Détermine les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Observe la figure suivante et cite quatre vecteurs directeurs de la droite (D)



Situation problème :

EKANGA construit un escalier quittant d'un point A (le point A est situé au sol) à un point B, comme l'indique la figure ci-contre. A l'aide d'un théodolite, il réussit à déterminer avec exactitude les coordonnées des points A et B et obtient A (3,1) ; B (6, 4).

1. Sachant que la norme exige une pente inférieure ou égale à $\frac{2}{3}$, l'escalier construit par EKANGA respect-il la norme ?
2. Quelles sont les coordonnées du vecteur directeur d'un homme place en A et voulant arriver en B.



Activité d'apprentissage :

1. Recopie et complète
   $\overrightarrow{AM}(x+1, y+1)$ et $\overrightarrow{AB}(3,2)$ sont colinéaires équivaut à :$(x+1)$ x…..- 3x (…..) = 0
   équivaut à : …..x - …..$y - 1 = 0$
   équivaut à : $y = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}x - \frac{1}{\cdots\cdots}$

Retenons 1 :

- Dans un repère du plan, l'équation cartésienne d'une droite du plan est de la forme : **(D) :** $\boldsymbol{ax+by+c=0}$ où **a, b, c** sont des nombres réels, avec **a≠0** ou **b≠0.**
  Un vecteur directeur de (D) a pour coordonnées $(\boldsymbol{-b, a})$.
- Si **b≠0,** Alors une équation cartésienne de (D) peut se mettre sous la forme : $\boldsymbol{y = mx + p}$
  - **Un vecteur directeur** de cette droite a pour coordonnées **(1,m) ;**
  - **Le coefficient directeur** ou **pente** de cette droite est le réel **m**
  - **L'ordonnée à l'origine** de cette droite est le réel **p**

Exemple :

- $3x - y - 5 = 0$ est l'équation cartésienne d'une droite. Son vecteur directeur $\vec{u}$ a pour coordonnée $\vec{u}\,(-(-1), 3) = (1,3)$.
  $3x - y - 5 = 0 \Leftrightarrow y = 3x - 5$. Ainsi le coefficient directeur de cette droite est **3** et son ordonné à l'origine est **-5**.
- $y = 2$ est l'équation cartésienne d'une droite. Son vecteur directeur est $\vec{u}\,(1,0)$, le coefficient directeur est **0** et son ordonnée à l'origine est **2.**

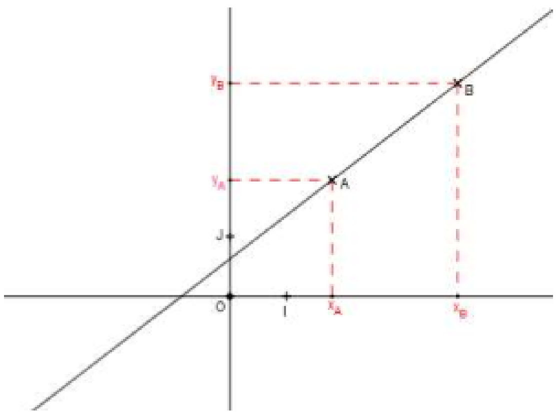
Retenons 2 : Un point de coordonnée $(\boldsymbol{x_o, y_o})$ appartient à une droite (D) : $ax + by + c = 0$ ou (D) : $y = mx + p$ lorsque $\boldsymbol{ax_o + by_o + c}$ est égale à **0** ou lorsque $\boldsymbol{mx_o + p}$ est égale à $\boldsymbol{y_o}$.

Exemple :

- Le point A (0,1) appartient-il à la droite (D) : $2x + y - 1 = 0$?
- Le point B (-1,5) appartient-il à la droite (E) : $y = 4x + 3$?

Retenons 3 :

Soit (D) : $y = ax + b$ l'équation d'une droite. Soient A (x_A, y_A) et B (x_B, y_B) deux points appartenant à (D) avec $x_A \neq x_B$; alors le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (D) et le **coefficient directeur** ou **pente** de (D) est $\boldsymbol{a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$



Exemple : Soient A (1,2) et B (-3, 0) deux points appartenant à une droite. Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{u}$ ainsi que la pente **a** de cette droite.

Remarque :

1. Une droite à plusieurs vecteurs directeurs mais lorsqu'il existe n'a qu'un seul coefficient directeur et une seule ordonnée à l'origine.
2. La forme $\boldsymbol{y = mx + p}$ est appelée **équation réduite** de la droite **(D) :** $\boldsymbol{ax + by + c = 0}$**.**

Exemple : $x = 5$ est l'équation d'une droite. Son vecteur directeur est $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\ (\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1})$ **;** le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine n'existent pas.

Résolution de la situation problème :

1. Soit a la pente de l'escalier alors $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-3}{4-1} = \frac{3}{3} = 1$. Et comme $1 > \frac{2}{3}$ alors l'escalier construit par EKANGA ne respecte pas la norme.
2. $\overrightarrow{AB}\ \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-3 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ est le vecteur directeur d'un homme place en A et voulant arriver en B.

Leçon 3 : Détermination et représentation de l'équation cartésienne d'une droite.

Objectifs pédagogiques :

- ✓ Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par deux points ;
- ✓ Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et un vecteur directeur ;
- ✓ Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et le coefficient directeur ;
- ✓ Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et une droite qui lui est parallèle ;
- ✓ Ecrire l'équation cartésienne d'une droite définie par un point et une droite qui lui est perpendiculaire ;
- ✓ Tracer une droite déterminée par un point et un vecteur directeur ;
- ✓ Tracer une droite déterminée par une équation cartésienne.

Motivation : Les problèmes conduisant à un système d'équations sont modélisés grâce à la connaissance qu'on a des équations de droites.

Prérequis :

1. Donne la condition pour que deux vecteurs $\overrightarrow{u}\ (a, b)$ et $\overrightarrow{v}\ (a', b')$ soient orthogonaux.
2. Donne la condition pour que deux vecteurs $\overrightarrow{u}\ (a, b)$ et $\overrightarrow{v}\ (a', b')$ soient colinéaires.
3. Dans le repère (O, I, J) on donne $\overrightarrow{CD}\ (-1,2)$,
   a. Exprime le vecteur $\overrightarrow{CD}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$
   b. Représente graphiquement le vecteur $\overrightarrow{CD}$

3.1 Équation d'une droite passant par deux points

Exercice Guidé :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Soient A (-1,4) ; B (3,-2) deux points du plan. **Cherchons une équation de la droite (AB)**

Solution :

Soit M (x, y) un point du plan.

M ∈ (AB) ⇔ $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires. Or $\overrightarrow{AM}$ $(x+1, y-4)$ et $\overrightarrow{AB}$ $(4, -6)$ ainsi

M ∈ (AB) ⇔ $- 6(x+1) - 4(y-4) = 0$

⇔ $- 6x - 6 - 4y + 16 = 0$

⇔ $- 6x - 4y + 10 = 0$

Par conséquent, **(AB) : $- 6x - 4y + 10 = 0$** est une équation de la droite (AB)

3.2 Équation d'une droite passant par un point et de coefficient directeur donné

Exercice Guidé :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). **Cherchons l'équation de la droite (D)** passant par E (1,3) et de coefficient directeur $\frac{1}{2}$

Solution :

La droite (D) a une équation de la forme (D) : $y = ax + b$. Comme le coefficient directeur est $\frac{1}{2}$ alors $a = \frac{1}{2}$. Ainsi, (D) : $y = \frac{1}{2}x + b$. Or

E ∈ (D) ⇔ $y_E = \frac{1}{2}x + b$

⇔ $3 = \frac{1}{2} \times 1 + b$

⇔ $b = \frac{5}{2}$

Par conséquent, **(D) : $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$** où **(D) : $x - 2y + 5 = 0$**

3.5 Équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée

Exercice Guidé :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). **Cherchons l'équation de la droite (D')** passant par A (2,2) et parallèle à la droite (D): $2x - y + 5 = 0$

Solution :

La droite (D) a pour vecteur directeur $\vec{u}$ $(-4,3)$. Soit M (x, y) un point du plan.

Puisque (D') passe par A et est perpendiculaire à (D) alors M ∈ (D') ⇔ $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont orthogonaux. Or $\overrightarrow{AM}$ $(x-2, y-2)$ et $\overrightarrow{AB}$ $(4, -6)$ ainsi,

M ∈ (D') ⇔ $-4(x-2) + 3(y-2) = 0$

⇔ $-4x + 3y + 8 - 6 = 0$

⇔ $-4x + 3y + 2 = 0$

Par conséquent, **(D') : $-4x + 3y + 2 = 0$**

Exercice d'application :

Ecris l'équation de la droite (D') passant par les points C (3,- 1) et perpendiculaire à la droite (D): $3x + 2y - 3 = 0$

3.6 Représentation graphique d'une droite

Activité 1 :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On donne le vecteur $\overrightarrow{CD}$ $(-2{,}1)$

1. Construis dans le repère (O, I, J) le vecteur $\overrightarrow{CD}$.
2. Marque un point A de ton choix dans le repère (O, I, J)
3. Marque un point M du plan tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CD}$
4. Trace la droite (D) passant par les points A et M
5. Que représente le vecteur $\overrightarrow{CD}$ pour la droite (D) ?

Activité 2 :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Soit (D) : $x - 2y + 1 = 0$ une droite du plan

1. Recopie et complète le tableau suivant

x	0	....
y	....	1

2. Place dans le repère (O, I, J) les points de coordonnées (x, y), puis trace la droite passant par ses points.

Retenons 1 : Pour construire dans un repère une droite (D) de vecteur directeur $\vec{u}$ passant par un point A on procède comme suit :

- On construit le vecteur $\vec{u}$ dans ce repère ;
- On place le point A dans ce même repère ;
- On trace la droite passant par A et parallèle à (D) : c'est la droite demande

Exemple : Construis la droite (D) passant par A (1,2) et dirigée par le vecteur $\overrightarrow{EF}$ (-2,1)

Retenons 2 : Pour construire dans repère une droite d'équation cartésienne donnée, on procède comme suit :

- On détermine deux points distincts de cette droite par leurs couples de coordonnées ;
- On les place dans un repère, puis on trace la droite qui passe par ces deux points.

Exemple : Construis la droite (D) : $x + 2y - 1 = 0$.

Remarque : Dans un repère du plan,

1. Toute droite dont une équation cartésienne est sous la forme $x = a$, est parallèle à l'axe des ordonnées.
2. Toute droite dont une équation cartésienne est sous la forme $y = b$, est parallèle à l'axe des abscisses.

PROF : DTAGNE FABRICE **e-mail : fabricedtagne@yahoo.fr** **N° 697487733**