**Remarque !** si $n \in \mathbb{N}^*$, alors $u_n = u_1 (n-1) r$

**Propriétés**

si $r > 0$, $(u_n)$ est croissante

si $r < 0$, $(u_n)$ est décroissante

## 2- Somme des termes d'une suite arithmétique

$(u_n)$ étant une suite arithmétique de raison $r$ et de premier terme $u_0$, la somme de ses $n$ termes est :

$$S_n = \frac{n}{2}\left(u_0 + u_{n-1}\right)$$

ou

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2u_0 + (n-1)r\right)$$

**Exercice !**

Soit la suite $(u_n)$ définie $\forall n \in \mathbb{N}$, par

$$u_n = 3n - 7$$

1- Exprimer $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$

2- Montrer que $(u_n)$ est une suite arithmétique, en préciser le premier terme et la raison

3- Calculer la somme des 60 premiers termes de cette suite

**Solution**

1- Expression de $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 3(n+1) - 7 \\ &= 3n + 3 - 7 \\ &= 3n - 7 + 3 \\ &= u_n + 3 \end{aligned}$$

$$u_{n+1} = u_n + 3$$

2- Nature de la suite $(u_n)$

$$\forall n \in \mathbb{N}, \ u_{n+1} - u_n = u_n + 3 - u_n = 3$$

$(u_n)$ est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3 \times 0 - 7 = -7$ et de raison $r = 3$.

3- Somme des 60 premiers termes

$$S_{60} = \frac{60}{2}\left(2\times(-7) + (60-1)3\right)$$
$$= 30\,(-14 + 177)$$
$$= 30 \times 163$$
$$= 4890$$

## III- Suite géométrique

### 1. Définition

On dit qu'une suite $(U_n)$ est **géométrique** s'il existe un **nombre réel** $q$ appelé **raison** de la suite tel que

$$\forall n \in \mathbb{N},\quad U_{n+1} = q\,U_n$$

**Exemple!** La suite $U_n = 2^{-n}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ et de premier terme $U_0 = 1$

En effet

pour $n=0$, $U_0 = 2^{-0} = \frac{1}{2^0} = \frac{1}{1} = 1$

$n = 1 \Rightarrow U_1 = 2^{-1} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\times 1 = \frac{1}{2}U_0$

$n = 2 \Rightarrow U_2 = 2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2}U_1$

$n = 3 \Rightarrow U_3 = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{2}U_2$

pour $n$ on a $U_n = 2^{-n} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1}{2}2^{-(n-1)} = \frac{1}{2}U_{n-1}$

Pour $n+1$ ... et

$U_{n+1} = 2^{-(n+1)} = 2^{-n-1} = \frac{1}{2}\cdot 2^{-n} = \frac{1}{2}U_n$.

**Théorème:**

Si une suite $(U_n)$ est géométrique de premier terme $U_0$ et de raison $q$ alors:

$$\forall n \in \mathbb{N},\quad U_n = U_0\,q^n$$

$U_n$ est appelé **terme de rang $n$** ou **terme général** de la suite $(U_n)$.

### 2. Variation d'une suite géométrique.

$(U_n)$ étant une suite géométrique de raison $q$ et de premier terme $U_0$,

$U_{n+1} - U_n = U_0\,q^{n+1} - U_0 q^n = U_0 q^n (q-1)$

ainsi

- si $q > 0$, la suite $(U_n)$ est monotone
- si $q < 0$, la suite $(U_n)$ n'est pas monotone

CLASSE : PF3-B

# TD 2

## EXERCICE 1 :

$(u_n)$ est une suite arithmetique de premier terme $u_1$ et de raison $r$.

1- Calculer $u_1$ et $r$ si :

$$\begin{cases} u_{100} = 781 \\ u_1 + u_2 + \cdots + u_{100} = 38500 \end{cases}$$

2- Déterminer la plus petite valeur de $n$ pour laquelle $u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_{100} > 168300$

## EXERCICE 2 :

Soit la suite $(V_n)$ de premier terme $V_0 = 3$ et définie par la relation de recurrence

$$V_{n+1} = \frac{2}{1 + u_n}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1- Calculer $V_1$ ; $V_2$, $V_3$ et $V_4$

2- Soit la suite $(W_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par

$$W_n = \frac{V_n - 1}{V_n + 2}$$

Montrer que $(W_n)$ est une suite geometrique. On precisera la raison et le premier terme

## EXERCICE 3 :

une cooperative agricole vend les oeufs recoltés auprès de ses adherents ! on admettra que chaque vente est en augmentation de 10% sur la précedente.

La cooperative vient de réaliser sa sixième vente cette année et le montant s'élève à 805 255 F.

1- Déterminer le montant de la première vente

2- Déterminer le montant total des ventes depuis le debut d'année