CEBER
Département : MATHEMATIQUES
Enseignant : BISSONO Nicolas
699644586/652322185

Mercredi 1er Avril 2020

Classe : 1ère F3.

TRAVAUX PRATIQUES DE MATHEMATIQUES

THEME : ETUDE ET REPRESENTATION GRAPHIQUE DES FONCTIONS

Exercice 1 :
Le tableau de variations d'une fonction f est donné ci-dessous

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

On pose $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+d}$ et on désigne par (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé **d'unité 1cm.**

1) Déterminer a, b, c et d.

2-a) Donner les équations des asymptotes à (C_f).

b) Etudier la position relative de (C_f) par rapport à son asymptote oblique.

3) Ecrire une équation de la tangente à (C_f) au point d'ordonnée 2.

4) Tracer (C_f)

5) Soit **m** un paramètre réel et l'équation $(Em): x^2 - mx + 1 = 0$.
Déterminer les valeurs de m pour lesquelles cette équation possède deux solutions négatives.

6) Soit $g(x) = \dfrac{x^2+5x+7}{x+2}$.

a) Déterminer les réels α *et* β *tels que* $g(x) = f(x-\alpha) + \beta$.

b) Construire la courbe (C_g) de g dans le même repère.

c) Montrer que le point $\Omega(-2;1)$ est centre de symétrie de (Cg).

Exercice 2 : Soit f la fonction numérique de la variable réelle définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - x^2 + 1$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;I;J)$.

1- Donner l'ensemble de définition D_f de f.

2- Calculer les limites de f aux bornes de D_f.

3- Calculer la dérivée f' de f et dresser le tableau de variation de la fonction f.

4- Montrer que le point $A\left(1;\frac{1}{3}\right)$ est le centre de symétrie de la courbe (C_f).

5- Construire avec soin la courbe (C_f) dans le repère orthonormé $(O;I;J)$.

6- **m** étant un paramètre réel, déterminer graphiquement suivant les valeurs de m les solutions de $\frac{x^3}{3}-x^2+1-m=0$.

<u>Exercice 3</u> : Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=\frac{(x-2)^2}{x}$.

On note (γ) la courbe représentative de f.

1.a) Etudier les limites de f aux bornes de $\mathbb{R}^*$.

b) Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}^*$, on a $f(x)=x-4+\frac{4}{x}$.

c) Montrer que la droite (D) d'équation $y=x-4$ est asymptote à la courbe (γ).

2. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

3. Tracer (γ).

4. Discuter graphiquement suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation $x^2-(m+4)x+4=0$.

Exercice 4 : On suppose à présent que $f(x)=\frac{\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{7}{2}}{x+1}$.

1) Montrer que les droites $(D_1): y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ et $(D_2):\ x=-1$ sont des asymptotes à (C) dont on précisera les natures.

2) Monter que le point $\Omega(-1;1)$ est un centre de symétrie à la courbe (C) de f.

3) Construire dans le même repère les droites $(D_1),(D_2)$ et la courbe (C).

Exercice 5 : Soit f la fonction numérique de la variable réelle définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{x^3}{3}-x^2+1$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J).

1- Donner l'ensemble de définition D_f de f.

2- Calculer les limites de f aux bornes de D_f.

3- Calculer la dérivée f' de f et dresser le tableau de variation de la fonction f.

4- Montrer que le point $A\left(1;\frac{1}{3}\right)$ est le centre de symétrie de la courbe (C_f).

5- Construire avec soin la courbe (C_f) dans le repère orthonormé (O, I, J).

6- m étant un paramètre réel, déterminer graphiquement suivant les valeurs de m les solutions de $\frac{x^3}{3}-x^2+1-m=0$.

Exercice 6 : Le plan est muni du repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On considère la fonction f définie par : $f(x)=\frac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$.

1- Déterminer les réels a et b pour que la courbe représentative C_f de f soit tangente au point d'abscisse 0 à la droite (D) : y = 4x + 3.

2- Pour les valeurs de a et b trouvées ci-dessus, démontrer que

$f(x)=3+\frac{4x}{x^2+1}$.

3- Déterminer les coordonnées de A point intersection de C_f et la droite (D') : y = 3.

4- Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation.

5-a) Déterminer l'équation de (T) tangente de C_f en A.

b) Tracer C_f et (T).

<u>Exercice 7</u> : On considère la fonction numérique f définie par :

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$x\mapsto\frac{x^2-2x-3}{x-1}$. (C_f) est la courbe de f et dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1) Etudier la fonction f et dresser son tableau de variations.

2) Montrer que la droite $(D): y=x-1$ est asymptote à (Cf).

3) Soit A(1, 0), donner l'équation de (Cf) dans le repère $(A,\vec{u},\vec{v})$ et en déduire que A est un centre de symétrie à (Cf).

4) Donner une équation de la tangente à (Cf) à chacun des points d'abscisses x = 0 et x = 3.

5) Construire (Cf).

6) Existe-t-il des points de (C_f) où la tangente est parallèle à la droite d'équation y = -x + 1 ?

7) Soit h: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$x\to\frac{x^2-2|x|-3}{|x|-1}$$

a) Etudier la parité de h.

b) Montrer que dans $\mathbb{R}^+$, $h(x)=f(x)$.

c) En déduire la représentation graphique de h dans le même repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.