* **Déduisons-en que A est un centre de symétrie à (C_f).**

On a $Y = g(X) = \dfrac{X^2-4}{X}$. $g(-X) = -g(X)$, d'où g est impaire.

Donc le point A(1, 0) est le centre de symétrie à (C_f).

4) * **Equation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x = 0$.**

$(T): y = f'(0)(x-0) + f(0)$, or $f'(0) = 5$ et $f(0) = 3$, donc

$y = 5(x-0)+3 = 5x+3$. D'où $(T): y = 5x+3$.

* **Equation de la tangente (T') à (Cf) au point d'abscisse $x = 3$.**

$(T'): y = f'(3)(x-3) + f(3)$, or $f'(3) = 2$ et $f(3) = 0$, donc

$y = 2(x-3) + 0 = 2x - 6$. D'où $(T'): y = 2x - 6$.

5) **Construction de (C_f) :** *voir figure page suivante*

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 3$.

6) **Vérifions s'il existe des points où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -x + 1$.**

Pour qu'un point de (C_f) ait une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -x + 1$, il faut que la tangente à ce point ait pour coefficient directeur -1 c'est-à-dire que $f'(x_0) = -1$.

Or $f'(x_0) = -1 \Leftrightarrow \dfrac{x_0^2 - 2x_0 + 5}{(x_0-1)^2} = -1 \Leftrightarrow x_0^2 - 2x_0 + 5 = -x_0^2 + 2x_0 - 1$, soit

$2x_0^2 - 4x_0 + 6 = 0$ ou bien $x_0^2 - 2x_0 + 3 = 0$. Cette équation n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$ car son discriminent est négatif.

Conclusion : Il n'existe pas de points où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -x + 1$.

7) Soit : $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \to \frac{x^2 - 2|x| - 3}{|x| - 1}$$

a) Etude de la parité de h.

Soit $x \in \mathbb{R}$, $-x \in \mathbb{R}$ *et* $f(-x) = \dfrac{(-x)^2 - 2|-x| - 3}{|-x| - 1} = \dfrac{x^2 - 2|x| - 3}{|x| - 1} = h(x)$.

Donc h est paire.

b) Montrons que dans $\mathbb{R}^+$, $h(x) = f(x)$.

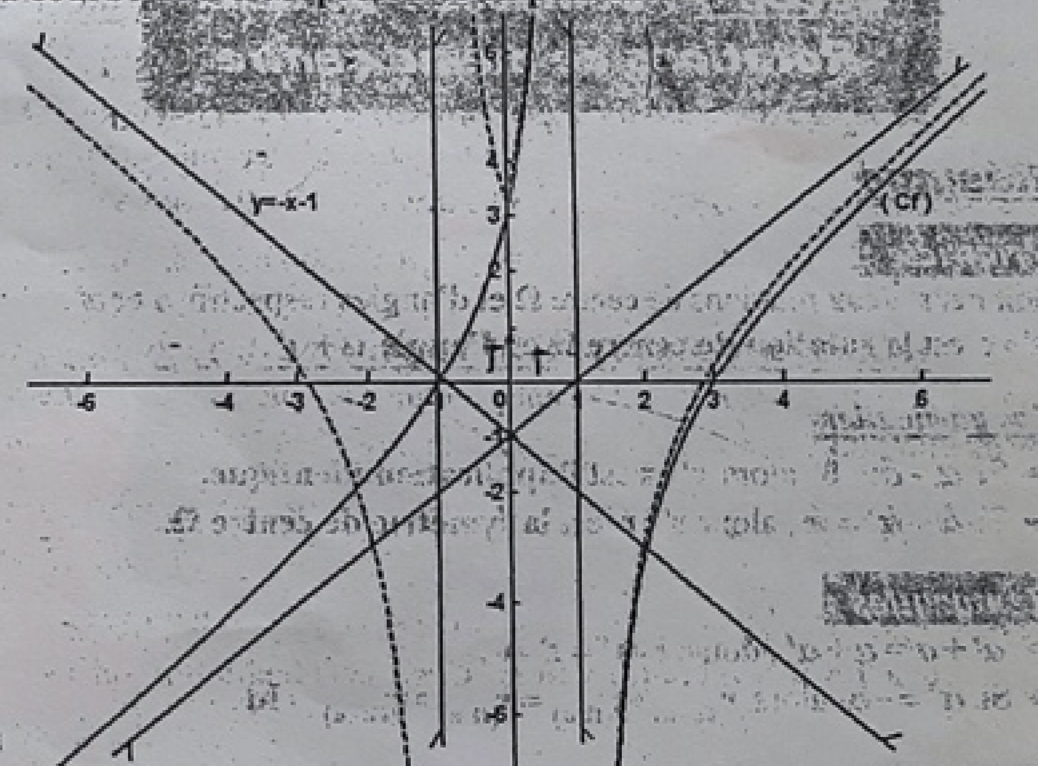
On a $x \in \mathbb{R}^+ \Rightarrow |x| = x$ et $h(x) = \dfrac{x^2 - 2|x| - 3}{|x| - 1} = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x - 1} = f(x)$.

Donc $\forall x \in \mathbb{R}^+, h(x) = f(x)$.

c) Déduisons-en la représentation graphique de h dans le même repère que f.

* On sait que $\forall x \in \mathbb{R}^+, h(x) = f(x)$.
* Par ailleurs, h est paire, d'où $(O; \vec{j})$ est un axe de symétrie pour (C_h).

La courbe de h est représentée en pointillés.



TRAVAUX PRATIQUES

DE MATHEMATIQUES

CEBER
Département : MATHS
Classe : 1ère F_3
Enseignant :
BISSONO Nicolas
Tél 699647586.

CORRIGE DE : ETUDE ET REPRESENTATION DES FONCTIONS.

Exercice 1 : On pose $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+d}$

1) Déterminons a, b, c et d

On a $f'(x)=a-\frac{c}{(x+d)^2}$. f existe si et seulement si $x+d\neq 0 \Leftrightarrow$ $x\neq -d$. D'où d = 0 d'après le tableau de variation.

De plus, on a $\begin{cases} f(-1)=-2 \\ f'(-1)=0 \\ f(1)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+b-c=-2 \\ a-c=0 \\ a+b+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{a=1} \\ \mathbf{b=0} \\ \mathbf{c=1} \end{cases}$.

D'où a = 1, b = 0, c = 1, d = 0 et par suite $f(x)=x+\frac{1}{x}$.

2-a) Equations des asymptotes à (C_f) :

* $\lim_{x\to\infty}[f(x)-x]=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$. **Donc la droite d'équation y = x est asymptote oblique à** (C_f).

$\lim_{x\to 0^-} f(x)=-\infty$ *et* $\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$. **Donc la droite d'équation x = 0 est asymptote verticale à** (C_f).

b) Position relative de (C_f) par rapport à son asymptote oblique.

On a $f(x)-x=\frac{1}{x}$. *Ainsi,*

* $\forall x\in\,]-\infty,0[$, $f(x)-x<0$ *et la courbe* (C_f) **est en dessous de l'asymptote.**

* $\forall x\in\,]0,+\infty[$, $f(x)-x>0$ et la courbe (C_f) **est au dessus de l'asymptote.**

3) Equation de la tangente (T) à (C_f) au point d'ordonnée 2.

D'après le tableau de variation, f(1) = 2. Ainsi, on a

$(T): y = f'(1)(x-1)+f(1)$; *or* $f'(1)=0$ *et* $f(1)=2$, *d'où* $(T): y=2$

4) Tracé de (C_f) : *voir figure ci-dessous*

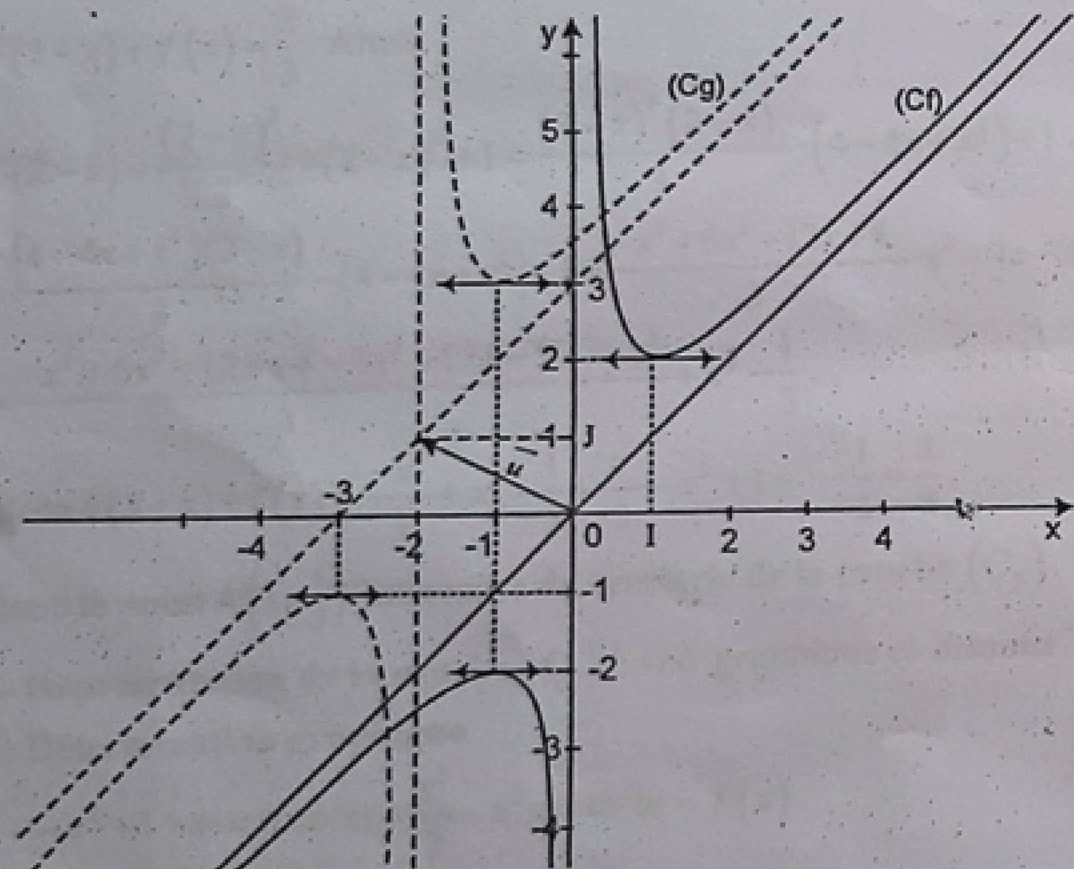
5) Soit $m\in\mathbb{R}$ et l'équation $(E_m): x^2-mx+1=0$.

Déterminons les valeurs de m

On a $x^2 - mx + 1 = 0 \Leftrightarrow mx = x^2+1 \Leftrightarrow m = x+\frac{1}{x} = f(x)$.

D'où les valeurs de m pour lesquelles l'équation (E_m) possède deux solutions négatives sont toutes les valeurs de l'intervalle $]-\infty,-2[$.

Donc $m\in\,]-\infty,-2[$.



6) Soit $g(x)=\frac{x^2+5x+7}{x+2}$

a) Déterminons les réels α et β.

$$g(x)=\frac{x^2+5x+7}{x+2}=x+3+\frac{1}{x+2}=x+2+\frac{1}{x+2}+1=f(x+2)+1$$

D'où $\alpha=-2$ et $\beta=1$.

b) Construction de (C_g) de g : *voir figure ci-dessus*

(Cg) s'obtient de (Cf) **par la translation de vecteur** $\vec{u}=-2\vec{i}+\vec{j}$

c) Montrons que le point $\Omega(-2;1)$ est centre de symétrie de (Cg).

Soit $x\in D_g$ *c'est à dire* $x\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ tel que $[2(-2)-x]\in D_g$ *ou bien* $(-4-x)\in D_g$. On a :

$$g(-4-x)=-4-x+3+\frac{1}{-4-x+2}=-x-1-\frac{1}{x+2} \text{ et}$$

$$g(-4-x)+g(x)=-x-1-\frac{1}{x+2}+x+3+\frac{1}{x+2}=2=2(1).$$

Donc le point $\Omega(-2,1)$ est centre de symétrie de (C_g)

Exercice 2 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{x^3}{3}-x^2+1$.

1- Ensemble de définition de f : $D_f=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$.

2- Limites de f aux bornes de D_f.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^3}{3}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3}{3}=+\infty$.

3- Dérivée f' de f et tableau de variation de f.

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a : $f'(x)=\frac{3x^2}{3}-2x=x^2-2x$

Signe de $f'(x)$: $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-2)=0\Leftrightarrow x=0$ ou $x=2$.

$f(0)=1$; $f(2)=\frac{8}{3}-4+1=\frac{8}{3}-3=-\frac{1}{3}$.

D'où le tableau de variation de f.

Page 2

Page 3

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-1/3$	$\nearrow$	$+\infty$

4- Montrons que le point $A\left(1;\frac{1}{3}\right)$ est centre de symétrie de (C_f).

Il suffit de montrer que $\forall \in \mathbb{R}$ et $(2-x)\in\mathbb{R}$, on a :

$f(2-x)+f(x)=\frac{2}{3}$. Ainsi,

$$f(2-x)=\frac{(2-x)^3}{3}-(2-x)^2+1=\frac{(2-x)^2(2-x)}{3}-(4-4x+x^2)+1$$

$$=\frac{(4-4x+x^2)(2-x)}{3}-(4-4x+x^2)+1=\frac{-x^3+6x^2-12x+8}{3}-x^2+4x-3$$

$$=\frac{-x^3+6x^2-12x+8-3x^2+12x-9}{3}=-\frac{x^3}{3}+x^2-\frac{1}{3}.$$

Alors $f(2-x)+f(x)=\frac{-x^3}{3}+x^2-\frac{1}{3}+\frac{x^3}{3}-x^2+1=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

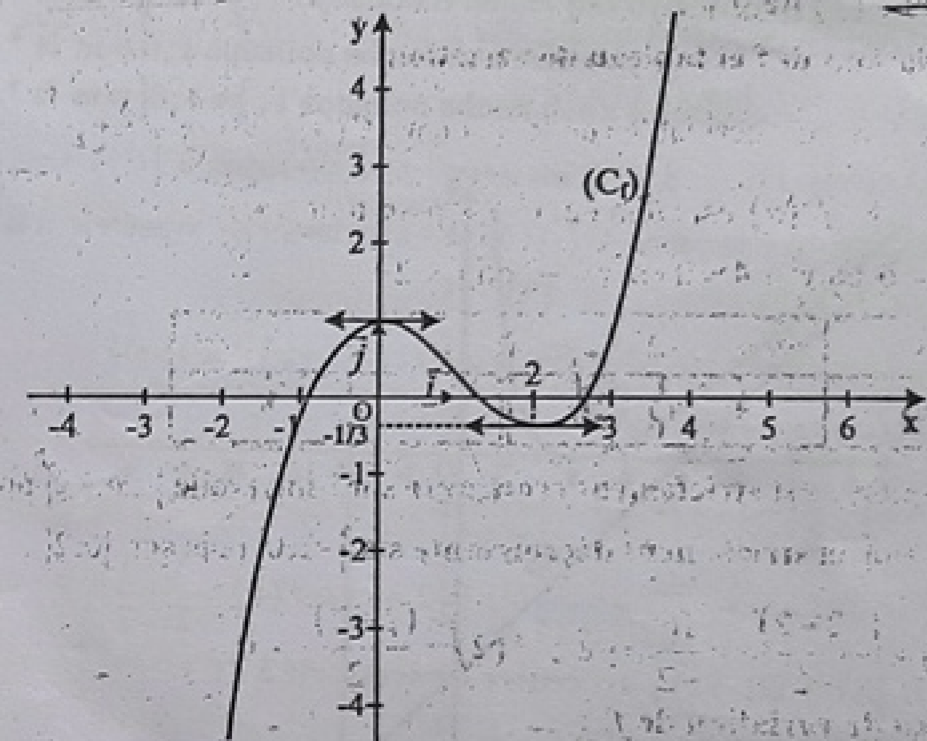
Donc le point $A\left(1;\frac{1}{3}\right)$ est centre de symétrie de la courbe (C_f).

5- Représentation de la courbe (C_f) : *voir graphique ci-dessous*

6) Détermination graphique

$\frac{x^3}{3}-x^2+1-m=0 \Leftrightarrow m=\frac{x^3}{3}-x^2+1 \Rightarrow m=f(x)$.

* Si $m\in\left]-\infty;-\frac{1}{3}\right[$, **l'équation admet une solution.**
* Si $m=-\frac{1}{3}$, **l'équation admet deux solutions.**
* Si $m\in\left]-\frac{1}{3};1\right[$, **l'équation admet trois solutions.**
* Si $m=1$, **l'équation admet deux solutions.**
* Si $m\in\left]1;+\infty\right[$, **l'équation admet une solution.**



Exercice 3 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x)=\frac{(x-2)^2}{x}$

1.a) Limites de f aux bornes de $\mathbb{R}^*$.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ car $\lim\limits_{x\to 0}(x-2)^2=4$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} x=0^+$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$.

b) Vérifions que pour tout x de $\mathbb{R}^*$, on a : $f(x)=x-4+\frac{4}{x}$.

$f(x)=\frac{(x-2)^2}{x}=\frac{x^2-4x+4}{x}=\frac{x^2}{x}-\frac{4x}{x}+\frac{4}{x}=x-4+\frac{4}{x}\ \forall x\in\mathbb{R}^*$

c) Montrons que la droite (D) est asymptote à la courbe (γ).

On a $f(x)-(x-4)=\frac{4}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4}{x}=0$ puis $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4}{x}=0$.

Donc la droite (D) d'équation : $y = x - 4$ est asymptote oblique à la courbe (γ) de f.

2. Variations de f et tableau de variation.

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et on a : $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2-4}{x^2}$

Le signe de $f'(x)$ est celui de x^2-4 pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-4=0 \Leftrightarrow x=-2$ ou $x=2$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	‖	−	0	+	

La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]-\infty;-2[$ puis sur $]2;+\infty[$ et strictement décroissante sur $]-2;0[$ puis sur $]0;2[$.

$f(-2) = \frac{(-2-2)^2}{-2} = \frac{16}{-2} = -8$; $f(2) = \frac{(2-2)^2}{2} = 0$

Tableau de variation de f :

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	‖	−	0	+	
f(x)	$-\infty$	↗	-8	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

N.B : La droite $x=0$ est asymptote verticale à la courbe (γ) de f.

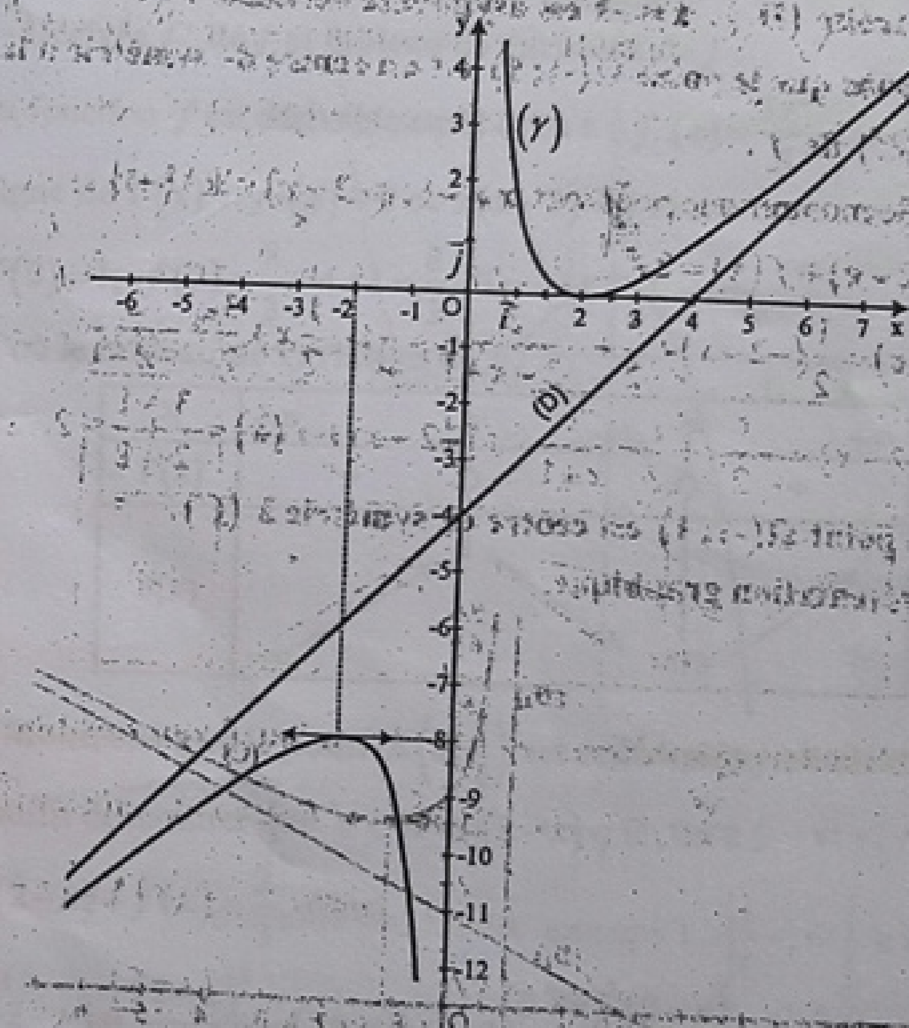
3. Représentation graphique : *voir graphique ci-dessous*

4. Discussion graphique du nombre de solutions de l'équation $x^2-(m+4)x+4=0$

$x^2-(m+4)x+4=0 \Leftrightarrow x^2-mx-4x+4=0 \Leftrightarrow mx = x^2-4x+4$

$\Leftrightarrow mx=(x-2)^2 \Leftrightarrow m = \frac{(x-2)^2}{x} = f(x)$. Ainsi,

* si $m \in]-\infty;-8[$, l'équation admet deux solutions ;
* si $m=-8$, l'équation admet une solution ;
* si $m \in]-8;0[$, l'équation n'admet pas de solution ;
* si $m=0$, l'équation admet une solution ;
* si $m \in]0;+\infty[$, l'équation admet deux solutions.



Exercice 4 : On suppose à présent que : $f(x) = \frac{\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{7}{2}}{x+1}$

1) * Montrons que la droite (D_1) est asymptote à (C)

On a $f(x) - \left(\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right) = \frac{2}{x+1}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2}{x+1} = 0$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2}{x+1} = 0$.

Donc la droite $(D_1): y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ est asymptote oblique à (C).

* **Montrons aussi que la droite (D_2) est asymptote à (C).**

f étant une fonction rationnelle, elle n'est pas définie en $x = -1$ et $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = +\infty$.

Donc la droite (D_2) : $x = -1$ est asymptote verticale à (C).

2) Montrons que le point $\Omega(-1; 1)$ est un centre de symétrie à la courbe (C) de f.

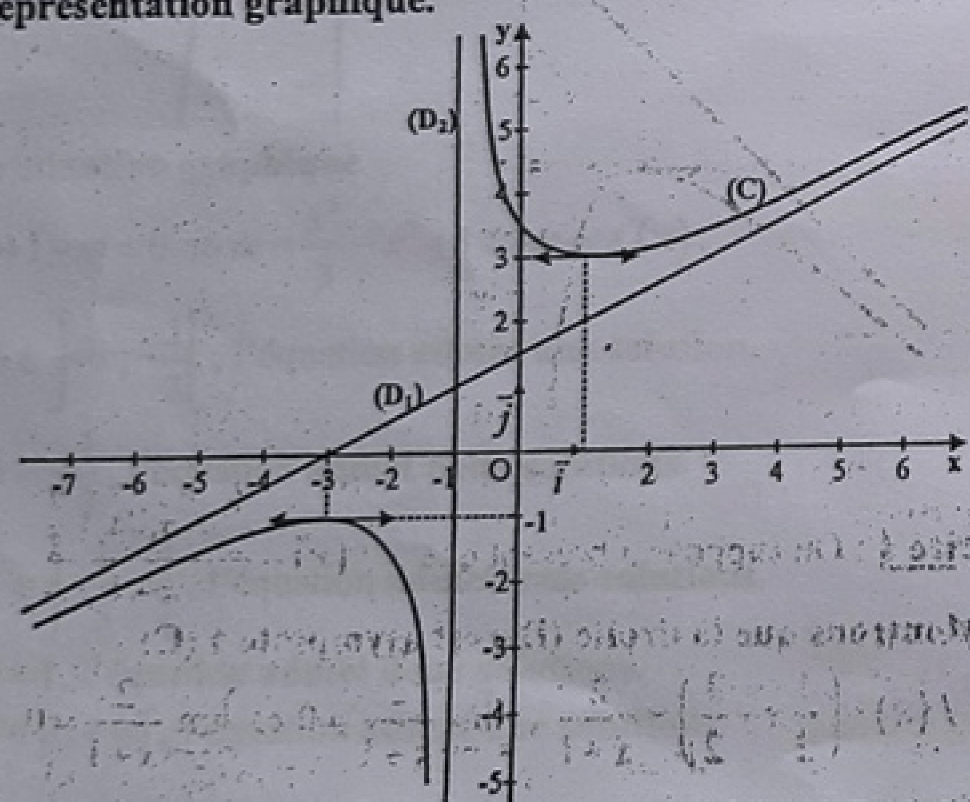
Il suffit de montrer que pour tout $x \neq -1$; $(-2-x) \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ *et* $f(-2-x) + f(x) = 2$.

$f(-2-x) = \frac{1}{2}(-2-x) + \frac{3}{2} + \frac{2}{-2-x+1} = -1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} + \frac{2}{-x-1}$

$\Leftrightarrow f(-2-x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} - \frac{2}{x+1}$. $f(-2-x) + f(x) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$.

Ainsi le point $\Omega(-1; 1)$ est centre de symétrie à (C).

3) Représentation graphique.



Exercice 5 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$.

1- Ensemble de définition de f : $D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$.

2- Limites de f aux bornes de D_f.

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^3}{3} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^3}{3} = +\infty$.

3- Dérivée f' de f et tableau de variation de f :

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a : $f'(x) = \frac{3x^2}{3} - 2x = x^2 - 2x$

Signe de $f'(x)$: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$.

$f(0) = 1$; $f(2) = \frac{8}{3} - 4 + 1 = \frac{8}{3} - 3 = -\frac{1}{3}$.

D'où le tableau de variation de f :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	0	+	
f(x)	$-\infty$	↗	1	↘	-1/3	↗	$+\infty$

4- Montrons que le point $A\left(1; \frac{1}{3}\right)$ est centre de symétrie de (C_f).

Il suffit de montrer que $\forall \in \mathbb{R}$ et $(2-x) \in \mathbb{R}$, on a :

$f(2-x) + f(x) = \frac{2}{3}$. Ainsi,

$f(2-x) = \frac{(2-x)^2}{3} - (2-x)^2 + 1 = \frac{(2-x)^2(2-x)}{3} - (4-4x+x^2) + 1$

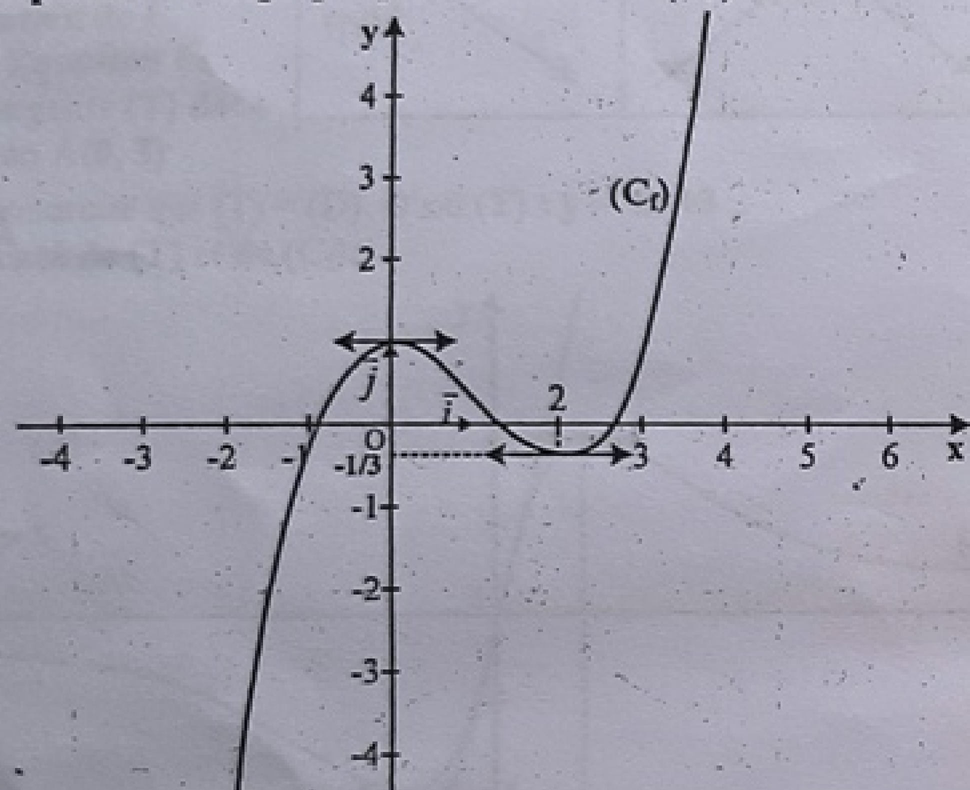
$= \frac{(4-4x+x^2)(2-x)}{3} - (4-4x+x^2) + 1 = \frac{-x^3+6x^2-12x+8}{3} - x^2 + 4x - 3$

$= \frac{-x^3+6x^2-12x+8-3x^2+12x-9}{3} = -\frac{x^3}{3} + x^2 - \frac{1}{3}$

Alors $f(2-x)+f(x)=\frac{-x^3}{3}+x^2-\frac{1}{3}+\frac{x^3}{3}-x^2+1=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

Donc le point $A\left(1;\frac{1}{3}\right)$ est centre de symétrie de la courbe (C_f).

5- Représentation graphique de la courbe (C_f)



6) Détermination graphique

$\frac{x^3}{3}-x^2+1-m=0 \Leftrightarrow m=\frac{x^3}{3}-x^2+1 \Rightarrow m=f(x)$.

* Si $m\in\left]-\infty;-\frac{1}{3}\right[$, l'équation admet une solution.
* Si $m=-\frac{1}{3}$, l'équation admet deux solutions.
* Si $m\in\left]-\frac{1}{3};1\right[$, l'équation admet trois solutions.
* Si $m=1$, l'équation admet deux solutions.
* Si $m\in\left]1;+\infty\right[$, l'équation admet une solution.

Exercice 6 :

On considère la fonction f définie par $f(x)=\frac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$

1) Déterminons les réels a et b

L'équation de la tangente à (Cf) en 0 est $(D): y=f'(0)(x-0)+f(0)$.

Soit $y=f'(0)x+f(0)=4x+3$. Par identification on a :

$f'(0)=4$ et $f(0)=3$, or

$$f'(x)=\frac{(6x+a)(x^2+1)-2x(3x^2+ax+b)}{(x^2+1)^2}=\frac{-ax^2+x(6-2b)+a}{(x^2+1)^2}$$

Ainsi, $f'(0)=4 \Leftrightarrow \frac{a}{1}=4 \Leftrightarrow a=4$. *De plus* $f(0)=3 \Leftrightarrow \frac{b}{1}=3 \Leftrightarrow b=3$

Donc $a=4$ et $b=3$. D'où $f(x)=\frac{3x^2+4x+3}{x^2+1}$.

2) On a $3+\frac{4x}{x^2+1}=\frac{3(x^2+1)+4x}{x^2+1}=\frac{3x^2+4x+3}{x^2+1}=f(x)$.

3) Coordonnées du point A intersection de (Cf) et la droite $(D'): y=3$

On a $A(x,y)\in(Cf)\cap(D') \Rightarrow y=f(x)$ c'est-à-dire $3=3+\frac{4x}{x^2+1}=0$

$\Leftrightarrow x=0$. *D'où* $A(0,3)$.

4) * Etude des variations de f

$-D_f=\mathbb{R}$; $-\lim_{x\to-\infty} f(x)=3$ *et* $\lim_{x\to+\infty} f(x)=3$.

$-\forall x\in\mathbb{R}, f'(x)=\frac{-4x^2+4}{(x^2+1)^2}=\frac{4(-x+1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow (-x+1)(x+1)=0 \Leftrightarrow x=1$ *ou* $x=-1$

- Signe de f'(x)

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	0	-	

Ainsi, $\forall x\in\left]-\infty,-1\right[\cup\left]1,+\infty\right[$, $f'(x)<0$ *et par suite* f est strictement décroissante sur chacun des intervalles $]-\infty;-1]$ et $]1;+\infty[$

De plus, $\forall x \in [-1, 1]$, $f'(x) > 0$ et par suite f est strictement croissante sur cet intervalle.

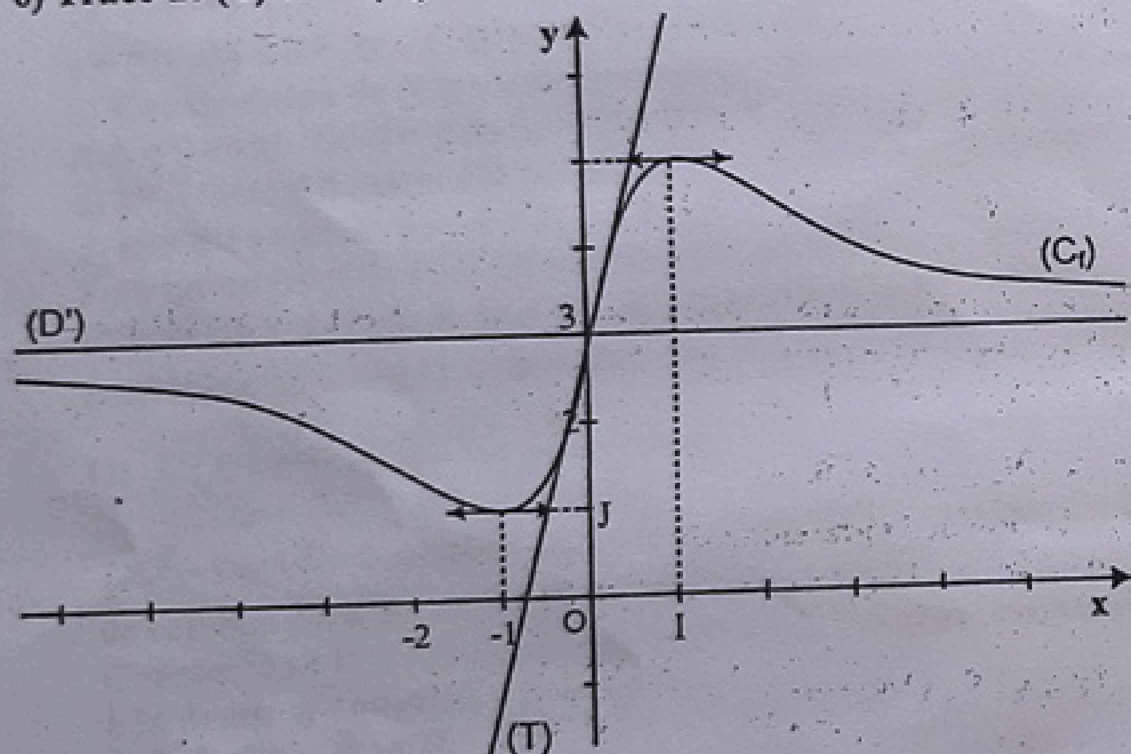
* **Tableau de variation de f**

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	0	-	
f(x)	3	↘	1	↗	5	↘	3

5-a) Equation de la tangente (T) de (C_f) en A(0, 3)

On remarque que (T) = (D). D'où (T) : y = 4x +3

6) Tracé de (T) et de (C_f).



Exercice 7 : On considère $f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x-1}$

1) Etude de la fonction f.

* **Ensemble de définition de** f **:** f existe si et seulement si $x-1 \neq 0$, soit $x \neq 1$. Donc $Df = \mathbb{R}-\{1\} =]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$.

* **Limites aux bornes de** Df **:** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty$;

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = +\infty$ car $\lim\limits_{x\to1^-} x^2-2x-3 = -4$ et $\lim\limits_{x\to1^-} x-1 = 0^-$

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = -\infty$ car $\lim\limits_{x\to1^+} x^2-2x-3 = -4$ et $\lim\limits_{x\to1^+} x-1 = 0^+$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$.

* **Dérivée :** $\forall x \in Df, f'(x) = \frac{(2x-2)(x-1)-(x^2-2x-3)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x+5}{(x-1)^2}$

* **Signe de** $f'(x)$ **:** ce signe est celui de x^2-2x+5, or $\Delta = (-2)^2-4\times5 = -16 < 0$.

Donc f' est du signe de $a = 1 > 0$ c'est-à-dire $\forall x \in Df, f'(x) > 0$ et f **est strictement croissante sur** $]-\infty;1[$ et sur $]1;+\infty[$.

Tableau de variation de f.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f'(x)		+	‖	+	
f(x)	$-\infty$	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	$+\infty$

2) Montrons que la droite : $(D): y = x-1$ **est asymptote à** (Cf).

On a : $f(x)-y = \frac{x^2-2x-3}{x-1}-(x-1)$

$= \frac{x^2-2x-3-(x-1)^2}{x-1} = \frac{x^2-2x-3-x^2+2x-1}{x-1} = \frac{-4}{x-1}$.

Ainsi, $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y] = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-4}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-4}{x} = 0$.

Donc la droite $(D): y = x-1$ **est asymptote à** (D_f).

3) Soit $A(1,0)$. * **Donnons l'équation de** (Cf) **dans le repère** $(A, \vec{u}, \vec{v})$

On a $\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{AM}$ et $\begin{cases} X = x-1 \\ Y = y+0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = X+1 \\ y = Y \end{cases}$

(X, Y) représente les coordonnées de M dans le repère.

D'où $f(x) = y = Y = \frac{(X+1)^2-2(X+1)-3}{X+1-1} = \frac{X^2-4}{X}$.

Donc $f(x) = Y = \frac{X^2-4X}{X-2}$. **Donc l'équation de ($C_f$) est :** $Y = \frac{X^2-4}{X}$ **dans le repère** $(A, \vec{u}, \vec{v})$.