

CHAPITRE IX : STATISTIQUES

I. Introduction.

1. Définitions

- La **STATISTIQUE** est l'ensemble des techniques d'interprétation mathématiques appliquées à des phénomènes pour lesquelles une étude exhaustive est impossible, du fait de leur grand nombre ou de leur complexité.

- **Population statistique** est l'ensemble sur lequel porte l'étude

- **Caractère (ou variable)** est un aspect que peuvent présenter les individus d'une population statistique

- **La modalité** est la valeur que peut prendre un caractère étudié sur un ou plusieurs individus de la population.

2. Types de caractères

un caractère peut être soit **quantitatif** soit **qualitatif**.

a) - un caractère est dit **qualitatif** lorsque les modalités ne sont pas chiffrées ou lorsque une valeur arbitraire définie par un code peut lui être attribuée.

Exemples le sexe ; la situation matrimoniale ; la catégorie socio-professionnelle.

b) - un caractère est dit **quantitatif** lorsque les modalités sont mesurables.

Exemples : l'âge ; la taille ; le poids d'une personne

- **caractère quantitatif discret ou discontinu**.
Les valeurs numériques attribuées aux modalités portent sur des nombres finis.

- **Caractère quantitatif continu** : La valeur attribuée à une modalité peut prendre toutes les valeurs possibles dans un intervalle.

3. NOTATION

Soit une population ou un échantillon à p modalités ou éléments numérotés de 1 à p .

π_1 est la modalité de rang 1

π_2 est la modalité de rang 2.

π_i est la modalité de rang i .

π_{p-1} est la modalité de rang $p-1$

π_p est la modalité de rang p .

n_1 est l'effectif (nombre d'individus) correspondant à la modalité de rang 1

m_2 est l'effectif correspondant à la modalité de rang 2
 m_i est l'effectif correspondant à la modalité de rang i
 m_{p-1} est l'effectif correspondant à la modalité de rang $p-1$
 m_p est l'effectif correspondant à la modalité de rang p .

i est appelé *indice* et varie de 1 à p

- La somme des modalités du rang 1 à p est notée:

$$\sum_{i=1}^p x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_{p-1} + x_p$$

- La somme des effectifs des modalités du rang 1 à p est:

$$\sum_{i=1}^p m_i = m_1 + m_2 + \dots + m_i + \dots + m_{p-1} + m_p$$

Propriétés

$$P_1 - \sum_{i=1}^p a x_i = a \sum_{i=1}^p x_i$$

$$P_2 - \sum_{i=1}^p (x_i + a) = \sum_{i=1}^p x_i + p a$$

$$P_3 - \sum_{i=1}^p (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^p x_i + \sum_{i=1}^p y_i$$

4 - Notion de fréquence

a) - fréquence absolue - fréquence relative.

La fréquence absolue donne le nombre d'unités ou modalité en valeur absolue. Elle est égale à l'effectif.

La fréquence relative d'une modalité est déterminée en divisant la fréquence absolue (effectif) de cette modalité par l'effectif total de la population étudiée.

on note $f_i = \frac{m_i}{\sum m_i}$

Exemple: Soit $m_2 = 30$ et $\sum m_i = 120$ on aura $f = \frac{m_2}{\sum m_i} = \frac{30}{120} = 0,25$

b) - fréquence simple - fréquence cumulée

- fréquence simple: qu'elle soit absolue ou relative, elle indique comment se distribue le

caractère ou variable par rapport aux différentes modalités.

- **Fréquence cumulée**: Elle indique comment se répartit le caractère ou variable par rapport aux différentes modalités.

NB. Il existe deux catégories de fréquence cumulée:
 - les **fréquences cumulées croissantes**: indiquent combien d'unités de la population étudiée sont caractérisées par une valeur inférieure à...

- les **fréquences cumulées décroissantes** indiquent combien d'unités de la population sont caractérisées par une valeur supérieure à...

Exercice. on donne dans le tableau ci-dessous la distribution des réceptions de marchandises dans un magasin en fonction du nombre de colis.

Nombre de colis	Nombre de réceptions n_i
1 à 5	20
6 à 10	30
11 à 15	60
16 à 20	50
21 à 50	30
51 et plus	10
Total	200

- calculer les fréquences f_i en pourcentage
- calculer les fréquences cumulées croissantes et les fréquences cumulées décroissantes.

Solution

Nombre de colis	Effectif n_i	fréquence f_i en %	f_i cumulée croissantes	f_i cumulée décroissantes
1 à 5	20	10	10	100
6 à 10	30	15	25	90
11 à 15	60	30	55	75
16 à 20	50	25	80	45
21 à 50	30	15	95	20
51 et plus	10	5	100	5
Total	200	100		

NB:

- pour les fréquences cumulées croissantes on a de proche en proche

$$25 = 10 + 15 ; 55 = 25 + 30 ; 80 = 55 + 25 ; 95 = 80 + 15$$

$$\text{et } 100 = 95 + 5$$

(3)

- Pour les fréquences cumulées dérivantes on a de proche en proche
 $90 = 100 - 10$; $75 = 90 - 15$; $45 = 75 - 30$
 $20 = 45 - 25$; $5 = 20 - 15$

II - Représentation graphique d'une série statistique.

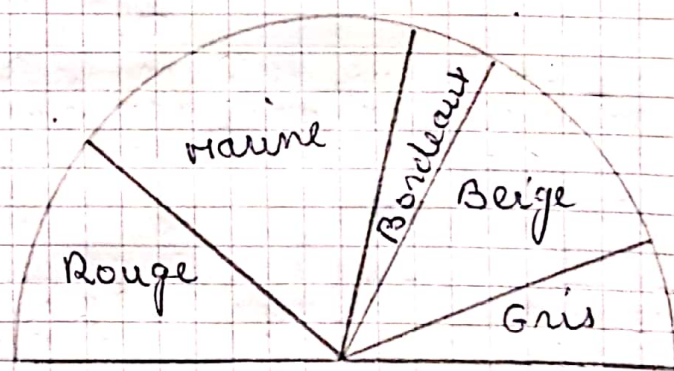
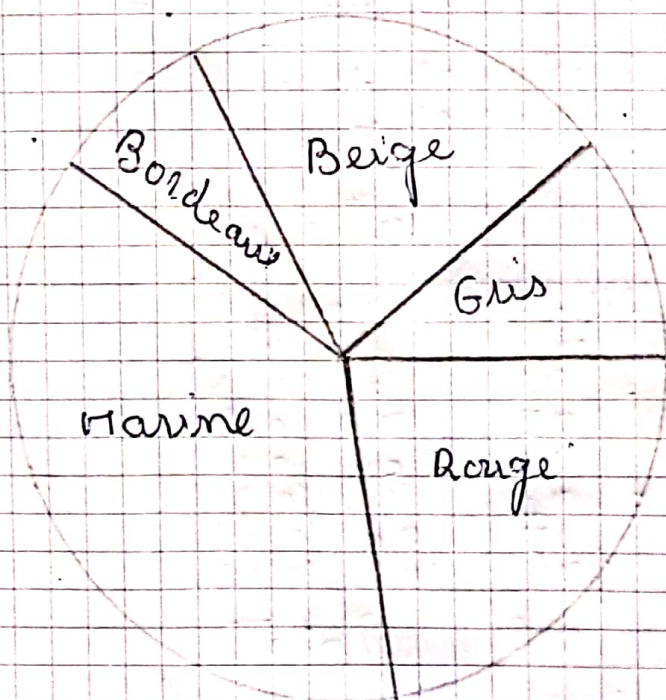
1- Diagramme Circulaire - Semi-circulaire ou à secteur

Dans ces diagrammes, chaque modalité ou observation est représentée par un secteur dont l'aire ou la mesure en degré est proportionnelle à sa fréquence (absolue ou relative).

Exemple :

Les diagrammes ci-dessous sont les représentations graphiques des robes vendues dans un magasin au cours d'une saison suivant leurs teintes ou couleur comme illustrées dans le tableau.

Teintes ou couleur	Nombres de robes
Gris	8
Beige	16
Bordeaux	6
Marine	26
Rouge	16
TOTAL	72



$$\text{Marine} = \frac{180^\circ}{72} \times 26 = 65^\circ$$

Diagramme semi-circulaire

$$\text{mes}(\text{Gris}) = \frac{360^\circ}{72} \times 8 = 40^\circ$$

Diagramme circulaire :

(4)