CENTRE EDUCATIF LE BON BERGER **DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES**

ANNEE SCOLAIRE 2019/2020

CLASSE : $2^{nde}C$ **VOLUME HORAIRE SEMAINE : 5H** **COUR : MARDI 13H30-15H10**

MERCRDI 10H20-12H50

MODULE 3 : CONFIGURATION ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN.

CHAPITRE 9 : DROITES ET CERCLES DANS LE PLAN.

Leçon 1 : Droites dans le plan.

Objectifs de la leçon :

- Déterminer une équation cartésienne d'une droite dans le plan ainsi que son équation réduite.
- Déterminer un vecteur normal à une droite.
- Ecrire une représentation paramétrique d'une droite.
- Donner les positions relatives entre deux droites en utilisant leurs vecteurs normaux ou leurs coefficients directeurs ou leurs représentations paramétriques.
- Donner un point et un vecteur non nul d'une droite de représentation paramétrique connue.

Prérequis :

- calculer le déterminant de deux vecteurs
- calculer du produit scalaire de deux vecteurs

Motivation :

Un cultivateur décide de partager une parcelle de terrain rectangulaire en deux parcelles rectangulaires. Comment doit-il procéder ?

1-1 utilisation d'un vecteur directeur d'une droite

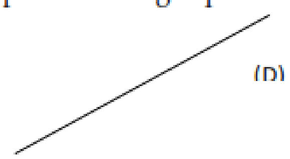
Activité :

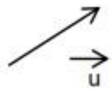
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). on considère les droites (D_1), (D_2), (D_3) de vecteurs directeurs respectifs $u_1(2\,;2)$, $u_2(1\,;1)$, $u_3(3;-3)$ Justifier que $(D_1)//(D_2)$ et que $(D_2)\perp(D_3)$.

Résumé :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

- Pour tout point A et tout vecteur $\vec{u}$. non nul, il existe une et une seule droite passant par A et dirigée par $\vec{u}$.





- Pour construire la droite (D) passant par A et dirigée par $\vec{u}$(a, b), on peut :
  - Placer le point A.
  - Construire le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$=a $\vec{\imath}$ + b $\vec{\jmath}$.
- Soient (D) et (D′) deux droites du plan ayant respectivement pour vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{u'}$. alors on a :
  - (D)//(D′) si et seulement si $\vec{u}$ et $\vec{u'}$ sont colinéaires. Ou encore (D)//(D′) si et seulement si det($\vec{u}$, $\vec{u'}$) = 0
  - (D) ⊥(D′) si et seulement si $\vec{u} \perp \vec{u'}$.
- Soit (D) une droite passant par A et de vecteur directeur u. pour tout point M du plan, on a :
  - M ∈ (D) si et seulement si $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.

Exercice d'appliquation :

Soient (D1) et (D2) deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}$ ($\sqrt{2}.-\sqrt{3}$) et $\vec{u'}$($\sqrt{2}/2$; $-\sqrt{3}/2$). Les (D1) et (D2) sont-elles perpendiculaires?

1-2 Vecteur normal

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Activité :

(D) est la droite de vecteur directeur $\vec{u}$ (1/2 ; 1/2) et $\vec{n}$ un vecteur $\vec{n}$($\sqrt{3}$, - $\sqrt{3}$) du plan. Calculer $\vec{u}.\vec{n}$. Que peut-on dire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{n}$?

Résumé :

- On appelle vecteur normal à une droite (D) tout vecteur donc la direction est perpendiculaire à celle de (D).
- soient (D) et (D′) deux droites de vecteurs normaux respectifs $\vec{n}$ et $\vec{n}'$. Alors on a :
  - (D)//(D′) si et seulement si $\vec{n}$ et $\vec{n}'$ sont colinéaires.
  - (D) ⊥ (D′) si et seulement si n ⊥ n′.
- Pour tout point A et tout vecteur n non nul, il existe une et une seule droite passant par A et de vecteur normal n.
- Soit (D) une droite, n un vecteur normal à (D) et A un point de (D). pour tout point M du plan on a :
  M ∈ (D) si et seulement si AM ⊥ n.

Exercice d'application

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). dans chacun des cas suivants dire si (D1) de vecteur normal n est perpendiculaire à (D2) de vecteur normal n' :

1- n (2 ; -3) et n'(6 ; 4) ,
2- n(5 ; -6) et n'(1/6 ; - 1/5).

1-1 Equation cartésienne d'une droite

Activité :

Le plan est muni d'un repère (O , I, J) . (D1) une droite du plan de vecteur directeur $u_1(2\,;2)$.

1- Soient M(x, y) et A (3 ; 4) deux points de la droite (D_1). Calculer en fonction de x et y le déterminant des vecteurs AM et u_1.
2- On pose det(AM, u_1) = 0. Comment appelle-t-on cette égalité?
3- Soient (D2) la drote passant par B (1 ; 2) et de vecteur normal n (2 ; 3) et N (x, y) appartenant à (D2). Calculer en fonction BN.n en fonction de x et y.
4- On pose BN.n=0. Que représente cette égalité.

Résumé

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Soit (D) une droite du plan.

- Il existe des nombres réels a,b et c tels que pour tout point M (x, y) ; M ∈ (D) si et seulement si ax + by + c = 0.
- Soient a,b et c des nombres réels tels que : (a, b) ≠ (0, 0) ; l'ensemble des points M(x, y) tels que ax + by + c = 0 est une droite dirigée par u (-b, a).
- Toute équation de (D) du type ax + by + c = 0 est appelé équation cartésienne de (D) dans (O, I, J).
- Pour déterminer une équation cartésienne d'une droite (D) dans un repère (O, I, J), on peut chercher à se ramener à l'un des deux cas suivants :
  - (D) est définie par un point A et un de ses vecteurs directeur u. Pour tout point M, on a : M ∈ (D) ⇔ det(AM, u) = 0.
  - (D) est définie par un point et un de ses vecteurs normaux n. Pour tout point M, M ∈ (D) ⇔ AM.n = 0.

La deuxième méthode ne doit être utilisée que si le repère (O, I, J) est orthonormé puisque c'est uniquement dans ce cas que l'on connait l'expression analytique du produit scalaire.

- Si b ≠0 une équation cartésienne d'une droite peut se mettre sous la forme y = mx + p. cette équation est appelée équation réduite de la droite. Un vecteur directeur de cette droite est u (1 : m).

Remarque : soit (D) une droite d'équation cartésienne ax + by + c = 0 dans le repère orthonormé (O, I, J). n (a : b) est orthogonal à u (-b ; a). donc n est un vecteur normal à (D).

Exercice d'application

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). donner une équation cartésienne des droites :

1- Passant par le point C (-2 ; 0) et dirigée par le vecteur u (1 ; 2).
2- Passant par le point F (-3 ; 5) et de vecteur normal n (3 ; 2).

1-3 Représentations paramétriques d'une droite

Activité :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on considère les points A (2 ; -3) et B (3 ; -5). C et D deux points d'abscisses respectives -1 et 2/3 dans le repère (A, B) de la droite (D).

1- Exprimer les vecteurs AC et AD en fonction du vecteur AB.
2- Déduire les coordonnées de C et D dans le repère (O, I, J).

Résumé :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

- Soit a, b, x_0, y_0 des nombres réels tels que : (a ; b) ≠ (0, 0). L'ensemble des points M (x, y) pour lesquels il existe un nombre réel t vérifiant $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ est la droite (D) passant par le point A (x_0, y_0) et dirigé par le vecteur u (a, b).
- Soit (D) la droite passant par le point A (x_0, y_0) et dirigée par le vecteur u (a, b). on dit que le système $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ (t ∈ R) est une représentation paramétrique de la droite (D) dans le repère (O, I, J).
- Les représentations paramétriques sont utilisées pour :
  - Démontrer qu'un point appartient ou non à une droite.
  - Trouver une équation cartésienne d'une droite définie par une représentation paramétrique.
  - Trouver une représentation paramétrique d'une droite définie par une équation cartésienne.

Remarque :

- ✓ Si M (x,y) est un point de (D), le nombre réel t vérifiant $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ est unique ; c'est l'abscisse du point M dans le repère (A, u) de la droite (D). on dit que M est le point de paramètre t.
- ✓ Une droite (D) admet plusieurs représentations paramétriques. Chacune étant déterminée par le choix d'un point A sur (D) et d'un vecteur directeur u de (D).

Exercices d'application :

le plan est muni d'un repère (O, I, J).

1- Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) passant par le point C(3 ; -1) et dirigée par u (4 ; 1).

2- Soit (D1) la droite de représentation paramétrique :
$\begin{cases} x = \alpha + 2 \\ y = 7\alpha \end{cases} (\alpha \in R)$.

Parmi les points suivants : A(2 ; 1) : B(3 ; 7) ; C(2 ; 1/3).

EXAMINATEUR : DTAGNE FABRICE **e-mail : fabricedtagne@yahoo.fr** **N° 697487733**