CENTRE EDUCATIF LE BON BERGER DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

ANNEE SCOLAIRE 2019/2020

CLASSE : 2^{nde}C VOLUME HORAIRE SEMAINE : 5H COUR : MARDI 13H30-15H10

MERCRDI 10H20-12H50

LECON2 CERCLES DANS LE PLAN (suite du cour)

Objectifs de la leçon :

- Déterminer l'équation cartésienne d'un cercle à partir de l'un de ses diamètres ou un de ses rayons.
- Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$.
- Déterminer par leurs coordonnées les éventuels points d'intersection d'un cercle et d'une droite du plan d'équations données.

Prérequis :

- Calculer la distance entre deux points dont on connait les coordonnées.
- Calculer le produit scalaire.
- Forme canonique d'un polynôme du second degré.

Motivation : Mr IKSE veut creuser un puisard circulaire près de sa maison. Que doit-il faire pour cette forme circulaire du puisard ?

1-1 équation cartésienne d'un cercle

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Activité 1

On considère le cercle (C) de centre I (-2 ; 3) et de rayon r = 2 cm. Soit M (x, y) un point du plan.

1- Calculer la distance IM en fonction de x et y.
2- Montrer que $IM^2 = r^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$. Que représente cette égalité ?

Activité 2

Soient A(-1 ; 2) ; B(3 ; -2) deux points du plan, (C) le cercle de diamètre [AB].pour tout point M(x,y) de (C) on a $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$. écrire cette égalité en fonction de x ,y et dire ce qu'elle représente.

Résumé :

- Soit (C) un cercle ; il existe des nombres réels a,b,c tels que pour tout point M(x,y) : M ∈ (C) $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Cette égalité est appelée équation cartésienne de (C).
- Soit a, b, c des nombres réels :
  L'ensemble des points M(x,y) tels que $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ est :
  - Soit l'ensemble vide,
  - Soit un point,
  - Soit un cercle.
- Une équation cartésienne d'un cercle peut s'écrire :
  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ où (a,b) sont les coordonnées du centre du cercle et r son rayon.
- L'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$ est le cercle de diamètre [AB].

Points d'intersection entre un cercle et une droite

Activité :

On donne les points A(3 ; -1) , B(-1. -3) et la droite (D) dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \end{cases}$ (t ∈ R). Soit (C) le cercle de diamètre [AB].

1- Donner une équation cartésienne de (C).
2- En remplaçant x et y dans l'équation de (C) par leurs expressions en fonction de t , calculer t.

3- Déduire la (ou les) valeur (s) de x et y.

Les valeurs de x et y représentent les coordonnées du (ou des) point(s) d'intersection entre le cercle (C) et la droite (D).

Résumé :

- Pour déterminer les coordonnées des points d'intersection d'un cercle (C) et d'une droite (D) dont on connait une représentation paramétrique :
  - on remplace x et y dans l'équation du cercle par leurs expressions en fonction du paramètre.
  - On détermine la valeur du paramètre et on déduit les coordonnées des points d'intersection.
- l'ensemble des points d'intersection entre un cercle et une droite est :
  - soit vide,
  - soit un singleton,
  - soit deux points .

PROF : DTAGNE FABRICE   e-mail : fabricedtagne@yahoo.fr   N° 697487733